Library

FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY
BY GIFT OF
OGDEN MILLS

Bound at
A.M. N.H.
1917

N. Y. ACAD
LIE
OF SCIENC

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

5.06(493)L1
09.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

Nec temere, nec timide.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME IX.

DÉPOTS :

LONDRES,	PARIS,	BERLIN,
chez Williams et Norgate,	chez Roret, libraire,	chez Friedländer et Sohn,
Henrietta Str., 14.	rue Hautefeuille, 10bis.	Carlstrasse, 11.

BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE,

rue de Louvain, 108.

FÉVRIER 1882.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME IX.

1. Élatérides nouveaux; par Ernest Candèze.
2. Tables des lignes trigonométriques naturelles et des inverses des nombres; par F. Folie.
3. Notes d'analyse et de géométrie; par M. C. Le Paige.
4. Sur quelques points de la théorie des formes algébriques; par M. C. Le Paige.
5. Sur certaines formules du mouvement elliptique; par J. Graindorge.
6. Sur la possibilité de déduire d'une seule des lois de Képler le principe de l'attraction (à propos d'un mémoire de M. V.-G. Imschenetsky); par J. Graindorge.
7. Note sur quelques propriétés des déterminants multiples; par J. Deruyts.
8. Matériaux pour la faune entomologique de la province de Liége. — Coléoptères, première centurie; par Alfred Preudhomme de Borre.
9. Matériaux pour la faune entomologique de la province de Liége. — Coléoptères, deuxième centurie; par Alfred Preudhomme de Borre.
10. Sur le multiplicateur des équations différentielles linéaires du 2e ordre (à propos d'une note de M. J. Graindorge); par V.-G. Imschenetsky.

LISTE

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

AU 31 JANVIER 1882.

Bureau.

Président,	M. Le Paige.
Vice-Président,	» Dewalque.
Secrétaire général,	» Candèze.
Trésorier,	» de Koninck.
Bibliothécaire,	» Le Paige.

Membres effectifs.

1842 de Koninck, L. G., professeur émérite de l'université de Liége.

Chandelon, J. T. P., professeur de chimie à l'université de Liége.

Selys Longchamps (baron E. de), membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

Trasenster, L., professeur d'exploitation des mines à l'université de Liége.

1844 KUPFFERSCHLAEGER, Is., professeur émérite à l'université de Liége.

1845 DELVAUX DE FENFFE, Ad., ingénieur honoraire des mines, à Liége.

1847 DE CUYPER, A. C., professeur émérite à l'université de Liége.

1853 BÈDE, E., industriel, à Bruxelles.

CANDÈZE, E., membre de l'Académie des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, à Glain.

PÂQUE, A., ancien professeur de mathématiques à l'athénée de Liége.

1855 DEWALQUE, G., professeur de minéralogie, de géologie et de paléontologie à l'université de Liége.

BOURDON, J., docteur en sciences naturelles, à Liége.

1856 CATALAN, C. E., professeur de calcul différentiel, de calcul intégral et d'analyse à l'université de Liége.

1860 GILLON, A., professeur de métallurgie à l'université de Liége.

1861 PERARD, L., professeur de physique à l'université de Liége.

MORREN, Éd., professeur de botanique à l'université de Liége.

1865 FOLIE, F., administrateur-inspecteur de l'université de Liége.

CHARLIER, E., docteur en médecine, à Liége.

1868 GRAINDORGE, L. A. J., professeur à l'université de Liége.

1869 HABETS, A., chargé de cours à l'université de Liége.

1870 MASIUS, V., professeur de pathologie et de clinique à l'université de Liége.

VANLAIR, C., professeur de pathologie et de thérapeutique à l'université de Liége.

1871 VAN BENEDEN, Éd., professeur de zoologie, de physiologie et d'anatomie comparées à l'université de Liége.

LE BOULENGÉ, P., colonel d'artillerie, à Liége.

1874 MALHERBE, R., ingénieur des mines, à Liége.

FIRKET, Ad., chargé de cours à l'université de Liége.

1875 SPRING, W., professeur de chimie à l'université de Liége.

1875 Swaen, A., professeur d'anatomie à l'université de Liége.
1876 de Koninck, Lucien, chargé des cours de chimie analytique et de docimasie à l'université de Liége.
1878 Le Paige, docteur en sciences, chargé de cours à l'université de Liége.
1879 Jorissen, docteur en sciences, à Liége.
1880 Neuberg, F., professeur de mathématiques à l'athénée de Liége et chargé de cours à l'université.
1881 Fraipont, J., docteur en sciences, à Liége.
Gilkinet, id. professeur à l'université de Liége.

Membres correspondants.

1842 Van Beneden, J.-P., professeur à l'université de Louvain.
Laguesse, ingénieur en chef des mines, à Mons.
Neuens, général d'artillerie, à Anvers.
1845 Decaisne, J., professeur au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.
Stas, J.-S., membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, à Bruxelles.
Keyserling (comte A. de), membre de l'Académie des sciences de S^{t}-Pétersbourg.
Reichert, professeur à l'université de Berlin.
Steichen, id. à l'École militaire, à Bruxelles.
Bréguet, A., mécanicien, à Paris.
Simonoff, directeur de l'Observatoire de Kasan (Russie).
Cheffkine, général, aide de camp de S. M. l'Empereur de Russie, à S^{t}-Pétersbourg.
1844 Lecointe, professeur de mathématiques supérieures, à Anvers.
1845 Maus, inspecteur général des ponts et chaussées, à Bruxelles.

1845 Navez, lieutenant-colonel d'artillerie en retraite, à Schaerbeek.

Coquilhat, général d'artillerie, à Anvers.

Hagen, professeur à l'université de Cambridge (États-Unis).

1848 Klipstein (von), professeur à l'université de Giessen.

1849 Michaelis, professeur à l'Athénée de Luxembourg.

1850 Schlegel, directeur du Muséum d'histoire naturelle, à Leyde (Néerlande).

1852 Le Conte, J. L., docteur en médecine, à Philadelphie (États-Unis).

Davidson, Th., membre de la Société royale de Londres.

Ettingshausen (von), professeur de physique à l'université de Vienne.

Dana, J. D., professeur de géologie et d'histoire naturelle, à New-Haren (États-Unis).

Ettingshausen (chevalier Constantin von), membre de l'Académie des sciences, à Vienne.

1853 Westwood, professeur de zoologie à l'université d'Oxford (Angleterre).

Parry (major F. J. Sidney), à Londres.

Waterhouse, conservateur au Musée Britannique, à Londres.

1854 Petrina, professeur de physique, à Prague (Bohème).

Koelliker, professeur à l'université de Würzbourg (Bavière).

Dutreux, receveur général, à Luxembourg.

Drouet, H., naturaliste, à Charleville (France).

Weber, professeur de physique à l'université de Gœttingen (Prusse).

Stammer, docteur en médecine, à Dusseldorf (Prusse).

Erlenmeyer, docteur en médecine, à Neuwied (Prusse).

Lucas, H., aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

Blanchard, E., membre de l'Institut, à Paris.

1855 Geinitz, H. B., professeur à l'École polytechnique, à Dresde.

Liais, directeur de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro.

1855 Dumoncel, physicien, à Paris.
Tchébycheff, P., membre de l'Académie des sciences, à St-Pétersbourg.
Michot (abbé), botaniste, à Mons.
1857 Jamin, J. C., membre de l'Institut, à Paris.
Ray, J., trésorier de la Société d'agriculture de Troyes (France).
Wright (Dr Th.), membre de la Société royale d'Édimbourg, à Cheltenham (Angleterre).
1858 Caligny (marquis de), correspondant de l'Institut, à Versailles (France).
1859 Marseul (abbé de), entomologiste, à Paris.
Beyrich, professeur à l'université de Berlin.
Marcou, J., géologue.
1860 Du Bois-Reymond, professeur à l'université de Berlin.
Brücke, professeur à l'université de Vienne.
Favre, A., professeur émérite à l'Académie de Genève (Suisse).
Studer, B., professeur émérite à l'université de Berne (Suisse).
Chevrolat, membre de la Société entomolog. de France, à Paris.
1862 Caspary, professeur de botanique à l'université de Kœnigsberg (Prusse).
Wartmann, É., professeur de physique, à Genève (Suisse).
1863 Gossage, membre de la Société chimique, à Londres.
1864 Thomson, J., membre de la Société entomologique de France, à Paris.
Brüner de Watteville, directeur général des télégraphes, à Vienne.
1865 Gherardi (commandeur), directeur de l'Institut technique, à Florence.
Durieu de Maisonneuve, directeur du Jardin Botanique, à Bordeaux (France).
Cialdi (commandeur), directeur des travaux maritimes, à Rome.

1865 Hugueny, professeur, à Strasbourg.
Terssen, colonel d'artillerie, à Anvers.
De Colnet d'Huart, conseiller d'État, à Luxembourg.
Zeis, conservateur au Muséum royal d'histoire naturelle, à Dresde.
Milne Edwards, membre de l'Institut, à Paris.
Dausse, ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Paris.
Le Joly, Archiviste perpétuel de la Société des sciences naturelles de Cherbourg (France).
Varley Cromwell, ingénieur en chef de la Compagnie des télégraphes électriques, à Londres.
Godwin Austen, membre de la Société royale de Londres, Chilworth Manor, Guilford (Angleterre).
Hamilton, membre de la Société géologique de Londres.
De Borre, A., conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Bruxelles.
1866 Rodriguez, directeur du Musée zoologique de Guatémala.
Ledent, professeur au collége communal de Verviers.
Desains, professeur de physique à la Sorbonne, à Paris.
1867 Gosselet, J., professeur à la faculté des sciences de Lille (France).
Barnard, président de l'École des mines, à New-York (États-Unis).
Radoszkoffski, président de la Société entomologique de S^{t}-Pétersbourg.
Séguin, aîné, membre de l'Institut, à Paris.
Boncompagni (prince Balthasar), à Rome.
1868 Renard (S. Ex. le chevalier), conseiller d'État, secrétaire de la Société impériale des naturalistes de Moscou.
Clausius, R., professeur de physique à l'université de Bonn (Prusse).
Helmholtz, professeur de physique, à Berlin.
Cailletet, pharmacien et chimiste, à Charleville (France).
1869 Marié Davy, directeur de l'Observatoire météorologique de Montsouris, à Paris.

1869 Schloemilch, professeur d'analyse à l'École polytechnique de Dresde.

Simon, E., naturaliste, à Paris.

Pisco, professeur à l'École industrielle de Vienne.

1870 Daguin, professeur à la faculté des sciences de Toulouse (France).

Trautschold, professeur à l'École d'agriculture à Pétrovskoi, près Moscou (Russie).

Malaise, C., professeur à l'Institut agronomique de Gembloux.

Liouville, J., membre de l'Institut, à Paris.

Bertrand, J. L. F., id., id.

Serret, J. A., id., id.

1871 Van Hooren, docteur en sciences, à Tongres.

Hesse, professeur à l'université de Munich.

Imschenetski, professeur à l'université de Karkoff (Russie).

Mueller (baron von), botaniste du gouvernement à Melbourne (Australie).

Henry, L., professeur à l'université de Louvain.

Durége, professeur à l'École polytechnique de Prague (Bohême).

Maxwell T. Masters, membre de la Société royale, à Londres.

Thomson, James, vice-président de la Société géologique de Glasgow.

Ribeiro, membre de l'Académie des sciences, à Lisbonne.

Capellini (commandeur G.), professeur de géologie à l'université de Bologne.

1872 Vallès, inspecteur honoraire des ponts et chaussées, à Paris.

Garibaldi, professeur à l'université de Gênes (Italie).

Fradesso da Silveira, directeur de l'Observatoire, à Lisbonne.

Kanitz, Dr Aug., professeur à l'université de Klausenbourg (Hongrie).

1873 Clos, directeur du Jardin des Plantes, à Toulouse.

1873 Martins, directeur du Jardin Botanique de Montpellier.
Bates, H., secrétaire adjoint de la Société géographique de Londres.
Melsens, membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.
Hermite, membre de l'Institut, à Paris.
Darboux, professeur à la Sorbonne, à Paris.
Fournier, Eug., Dr, membre de la Société botanique de France, à Paris.
Hall (James), paléontologiste de l'État, à Albany (États-Unis).
Worthen, A. H., directeur du *Geological Survey* de l'Illinois (États-Unis).
Whitney, J. D., géologue de l'État, directeur du *Geological Survey* de Californie (États-Unis).
Glaziou, botaniste, directeur du *Passeio publico*, à Rio de Janeiro.
Ladislaô Netto, botaniste, directeur du Musée impéria de Rio de Janeiro.
De Carvalho (Pedro Alphonso), docteur en médecine, directeur de l'Hôpital de la Miséricorde, à Rio de Janeiro.
Burmeister, H., directeur du Musée national de Buenos-Ayres.
Moreno, F. P., paléontologiste, à Buenos-Ayres.
Areschoug, professeur adjoint à l'université de Lund (Suède).
1874 Winkler, D.r C. J., conservateur du Musée de Harlem (Néerlande).
Hayden, géologue de l'État, à Washington.
Van Rysselberghe, aide à l'Observatoire royal, à Bruxelles.
Gegenbauer, professeur à l'université de Heidelberg.
Haeckel, id., id., à Iéna.
Waldeyer, id., id., à Strasbourg.
Huxley, professeur à l'école des mines, à Londres.
1875 Mansion, professeur à l'université de Gand.

Michaelis, O., captain, chief of Ordnance, à St-Paul, Minn., Dépt de Dakota (États-Unis).

Dewalque, Fr., professeur à l'université de Louvain.

M. Marie, répétiteur à l'école polytechnique, à Paris.

Despeyrous, professeur de mathématiques à la faculté de sciences de Toulouse.

Hoüel, id., id., à Bordeaux.

Mathieu, Em., id., id., à Nancy.

Eymer, professeur à l'université de Tubingue.

De la Valette St-George, id., id., à Bonn.

Ray-Lankester, id., id., à Oxford.

Packard, id., id., à Salem (États-Unis).

Flemming, W., id., id., à Prague.

Plateau, F., professeur à l'université de Gand.

Roemer, F., id., id., à Breslau.

Saporta (Gaston marquis de), correspondant de l'Institut de France, à Aix (France).

1876 Balfour, J. H., professeur de botanique à l'université d'Édimbourg.

Balfour, Th. G. H., membre de la Société royale, a Londres.

1877 Mac Lachlan, Rob., membre de la Société entomologique, à Londres.

Tissandier, Gaston, rédacteur du journal *la Nature*, à Paris.

1878 Hertwig, B., professeur à l'université d'Iéna.

Strasburger, professeur à l'université d'Iéna.

Butschli, professeur à l'université de Carlsruhe.

Brongniart, Charles, à Paris.

1879 Wetterby, professeur à l'université de Cincinati.

Sylvester, professeur, à Baltimore.

Czuber, professeur, à Prague.

1880 Cremona, directeur de l'École d'application, à Rome.

Weyr, Ém., professeur à l'université de Vienne (Autriche).

Ibanez, général, directeur de l'Institut cartographique, à Madrid.

1880 Bolivar, I., professeur, à Madrid.
Ritsema, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Leyde.
Renard, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Bruxelles.
Studnick, F., professeur de mathématiques à l'université de Prague.
Genocchi, membre de l'Académie de Turin.
Van der Mensbrugge, professeur à l'université de Gand.
Liagre, général, secrétaire perpétuel de l'Académie royale des sciences, etc. de Bruxelles.
De Tilly, D., colonel, membre de l'Académie de Belgique.
Villarceaux, membre de l'Institut, à Paris.
Puiseux, id., id.
Bonnet, id., id.
1881 Sébert, Colonel d'artillerie de la marine française à Paris.
Angot, A. attaché au bureau central météorologique de France, à Paris.
Wiedemann, G., professeur à l'université de Leipzig.
Planté, G., à Paris.
Kohlrausch, directeur de l'institut physique de Würzbourg.
Quincke, professeur de physique, à Heidelberg.
Rey Axel, professeur à l'École de médecine de Stockholm.
Retzius, G., id., id.
Giordano, inspecteur du corps des mines, à Rome.
Meneghini, professeur à l'université de Pise.
Guiscardi, id., id., de Naples.
Taramelli, id., id., de Pavie.
Laisant, député, à Paris.
Beltrami, professeur à l'université de Pavie.
Gestro, Dr R., conservateur au Musée d'histoire naturelle de Gênes.
Salvadori (comte Th.) professeur, à Turin.

LISTE

DES

SOCIÉTÉS SAVANTES, REVUES, ETC.,

AVEC LESQUELLES

LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE LIÉGE

échange ses publications.

BELGIQUE.

Bruxelles. — *Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Observatoire royal.
Société entomologique de Belgique.
Société malacologique de Belgique.

Liége. — *Société géologique.*

Mons. — *Société des sciences, des lettres et des beaux-arts du Hainaut.*

ALLEMAGNE.

Berlin. — *Königlich preussische Akademie der Wissenschaften.*
Deutsche Geologische Gesellschaft.
Entomologischer Verein.
Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften.

Bonn. — *Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande und Westphalens.*

Breslau. — *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*

Colmar. — *Société d'histoire naturelle.*

Erlangen. — *Physikalisch-medicinische Societät.*

Francfort. — *Senckenbergische naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Fribourg. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Giessen. — *Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.*

Goerlitz. — *Neues Lausitzisches Magazin.*

Göttingue. — *Königliche Gesellschaft der Wissenschaften und Georg-August-Universität.*

Halle. — *Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.*

Naturforschende Gesellschaft.

Kaiserlichen Leopoldinisch-Carolinischen Deutchen Akademie der Naturforscher.

Kiel. — *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Koenigsberg. — *Königliche physikalisch-ökonomische Gesellschaft.*

Landshut. — *Botanischer Verein.*

Metz. — *Académie des lettres, sciences, arts et agriculture.*

Munich. — *Königlich Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Königliche Sternwarte.

Offenbach. — *Offenbacher Verein für Naturkunde.*

Stettin. — *Entomologischer Verein.*

Stuttgard. — *Verein für vaterländische Naturkunde in Würtemberg.*

Wiesbaden. — *Nassauischer Verein für Naturkunde.*

Wurzbourg. — *Physikalisch-medicinische Gesellschaft in Würzburg.*

Naturwissenschaftliche Zeitschrift.

Zwickau. — *Verein für Naturkunde.*

AUTRICHE-HONGRIE.

—

Hermannstadt. — *Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften.*

Prague. — *Königlich böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Kaiserlich-Königliche Sternwarte.

Vienne. — *Kaiserliche Akademie der Wissenschaften.*
Kaiserlich-Königliche zoologisch-botanische Gesellschaft.
Kaiserlich-Königliche geologische Reichsanstalt.

ESPAGNE.

—

Madrid. — *Real Academia de Ciencias.*

FRANCE.

—

Bordeaux. — *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*
Société linnéenne.
Société des sciences physiques et naturelles.

Caen. — *Société linnéenne de Normandie.*

Cherbourg. — *Société des sciences naturelles.*

Dijon. — *Académie des sciences.*

Lille. — *Société des sciences, de l'agriculture et des arts.*

Lyon. — *Académie des sciences.*
Société d'agriculture.
Société linnéenne.

Montpellier. — *Académie des sciences et lettres.*

Nancy. — *Société des sciences (ancienne Société des sciences naturelles de Strasbourg).*

Paris. — *Société géologique de France.*
Société Philomatique.
Muséum d'histoire naturelle.

Rouen. — *Société des amis des sciences naturelles.*

Toulouse. — *Académie des sciences.*
Societé des sciences physiques et naturelles.

Troyes. — *Société académique de l'Aube.*

Agen. — *Société d'agriculture, sciences et arts.*

GRANDE-BRETAGNE ET IRLANDE.

—

Dublin. — *Royal Irish Academy.*
Natural history Society.

Édimbourg. — *Geological Society.*

Londres. — *Geological Society.*
Linnean Society.
Mac Millan Office.
Royal Society.

Glasgow. — *Geological Society.*
Natural history Society.
Philosophical Society.

Manchester. — *Litterary and philosophical Society.*

ITALIE.

—

Bologne. — *Academia delle Scienze.*

Catane. — *Academia gioenia di scienze naturali.*

Florence. — *R. Comitato geologico d'Italia.*

Gênes. — *Observatorio della R. Universita.*

Modène. — *Societa dei naturalisti.*

Naples. — *Societa Reale.*

Palerme. — *Instituto tecnico.*

Pise. — *Societa di scienze naturali.*

Rome. — *Bolletino di bibliografia delle scienze matematiche.*
Reale Academia dei Nuovi Lincei.

LUXEMBOURG.

Luxembourg. — *Institut royal grand-ducal, section des sciences naturelles et mathématiques.*

NÉERLANDE.

Amsterdam. — *Koninklijke Academie van wetenschappen.*

Harlem. — *Société hollandaise des sciences.*

Rotterdam. — *Société expérimentale.*

PORTUGAL.

Lisbonne. — *Académie des sciences.*

RUSSIE.

Helsingfors. — *Société des sciences de Finlande.*

Moscou. — *Société impériale des naturalistes.*

Saint-Pétersbourg. — *Académie impériale des sciences.*
Société d'archéologie et de numismatique.
Société entomologique.
Société impériale de minéralogie.

SUÈDE ET NORWÉGE.

Bergen. — *Museum.*

Christiania. — *Kongelige Frederiks Universitet.*

Stockholm. — *Académie royale des sciences.*
Nordist medicinskt Arkiv, directeur : Dr Axel Key.

SUISSE.

Berne. — *Naturforschende Gesellschaft.*
Société helvétique des sciences naturelles.

Neuchâtel. — *Societé des sciences naturelles.*

Schafhouse. — *Naturforschende Gesellschaft.*

AMÉRIQUE.

ÉTATS-UNIS.

American Association for advancement of sciences.

Baltimore. — *American Journal of mathematy.*

Boston. — *American Academy of arts and sciences.*
Society of natural History.

Cambridge. — *Museum of comparative zoology.*

Columbus. — *Ohio State agricultural Society.*

Madison. — *Wisconsin Academy of sciences, letters and arts.*

New-Haven. — *Connecticut Academy of arts and sciences.*

Newport. — *Orleans County Society of natural sciences.*

New-York. — *Lycœum of natural History.*

Philadelphie. — *Academy of natural sciences.*
American philosophical Society.
Wagner Free Institute of sciences.

Portland. — *Natural History Society.*

Salem. — *The American Naturalist.*
Essex Institute.
Peabody Academy of sciences.

San-Francisco. — *Californian Academy of sciences.*

Washington. — *Smithsonian Institution.*

GUATEMALA.

Guatemala. — *Sociedad economica.*

RÉPUBLIQUE ARGENTINE.

Buenos-Ayres. — *Universitad.*

ASIE.

INDES ANGLAISES.

Calcutta. — *Asiatic Society of Bengal.*

AUSTRALIE.

Hobart-Town. — *Tasmanian Society of natural sciences.*
Melbourne. — *Observatoire.*

59.57,65 E

ÉLATÉRIDES NOUVEAUX

PAR

Le Dr E. CANDÈZE.

TROISIÈME FASCICULE.

AVANT-PROPOS.

L'affluence chaque jour croissante des espèces d'insectes qui viennent enrichir les collections, obligent ceux qui s'occupent spécialement d'une famille, à faire connaître et à classer autant que possible au fur et à mesure de leur arrivée, les nouvelles acquisitions, sous peine de voir retomber dans une sorte de chaos ces mêmes groupes d'espèces dont l'arrangement systématique a demandé tant de peine.

En présence d'une grande quantité d'Élatérides dont l'enrégistrement est encore en souffrance, je me vois obligé de procéder sans plus de retard à cette mesure indispensable.

C'est à cette fin que je présente aujourd'hui au publie entomologique les diagnoses suivantes, destinées à former un fascicule dont l'ordre d'inscription portera le n° 3, le premier ayant paru

en 1865, dans les *Mémoires de l'Académie de Belgique* et le second, en 1878, dans les *Bulletins de la Société entomologique de Bruxelles*.

Afin d'éviter des erreurs de synonymie, je me suis abstenu, à de très-rares exceptions près, de donner les diagnoses d'espèces qui proviennent des États-Unis de l'Amérique du Nord et de la Nouvelle-Zélande, bien que je croie plusieurs d'entre elles inédites, parce que ces pays ont fait l'objet de travaux spéciaux sur la famille qui m'occupe, de la part de MM. Le Conte, Horn et Sharp.

J'en dirai autant à propos de certains genres, comme le G. *Athous*, par exemple, qui est représenté en Europe par des espèces extrêmement nombreuses, et dont plusieurs me sont restées inconnues.

Octobre 1881.

ÉLATÉRIDES NOUVEAUX.

AGRYPNITES.

Agrypnus soricinus. — *Fusco-brunneus, elytris pallidioribus, dense et longe cervino-pilosus; antennis ferrugineis, articulo tertio quarto breviore; prothorace latitudine longiore, lateribus postice subparallelis, apice angustato, utrinque depresso, punctato, angulis posticis divaricatis, apice angusto resectis; elytris æqualiter punctato-striatis, apice oblique et breviter truncatis; subtus pedibusque concoloribus, cervino dense pilosus.*

Long. 26 mill., lat. 7 $^1/_2$ mill.

Nouvelle-Guinée.

Cette espèce, qui provient d'un point de la côte septentrionale de l'île rapprochée de la baie de Gelwink, doit être placée à la suite de l'*A. resectus*, dont elle se distingue par sa pubescence plus dense et d'une teinte plus claire. Elle se trouve dans la collection de M. de Lansberge et dans la mienne.

A. pacificus. — *Piceus, subnitidus griseo-pubescens; antennis? prothorace latitudine longiore, apice arcuatim angustato, parum dense punctato, angulis posticis acuminatis, longe carinatis; elytris late et parum profonde sulcatis, sulcis lateribus et apice tantum punctatis, apice emarginatis; pedibus rufis.*

Long. 32 mill., lat. 9 mill.

Woodlark.

On sait que les deux grands Élatérides décrits par le P. Montrouzier sous les noms *d'Agrypnus Montraveli* et *farinosus* sont des *Alaus* d'origine néo-calédonienne. Quant à celui-ci, c'est bien un *Agrypnus* vrai, peu éloigné, comme aspect, du *resectus* de la Nouvelle-Guinée, d'Aru, etc. Il a les angles postérieurs du prothorax plus aigus et les élytres plus sillonnées. Son habitat tout particulier le caractérise bien.

Adelocera altaïca. — *Fusco-brunea, elytris pallidioribus, rufescentibus, squamulis auratis dense adspersa; prothorace late canaliculato, utrinque profunde impresso, apice bituberculato; elytris deplanatis, punctatis.*

Long. 13 mill., lat. $3\,^1/_5$ mill.

Altaï.

Ressemble beaucoup à l'*A. lepidoptera*, mais il y a plus de dissemblance de couleurs entre le prothorax et les élytres, qui sont le premier noirâtre, les secondes ferrugineuses; le prothorax est plus étroit que les élytres et porte, en avant du disque, immédiatement derrière le bord antérieur, deux tubercules bien prononcés. Dans son ensemble elle est plus étroite que l'espèce à laquelle je la compare. C'est peut-être l'*Elater chrysoprasus* de Herbst, mais je n'ai pas de certitude à cet égard. Elle était sous le nom de *lepidoptera* dans la collection Gebler.

A. massula. — *Brevis, compacta, brunnea, opaca, sparsim pallide pilosula; fronte antice impressa, rugosa; antennis brevibus, crassiusculis; prothorace quadrato, crasso, dense et fortiter punctato; elytris brevibus, crassis, seriatim grosse punctatis, interstitiis punctulatis, tertio et quinto apice subelevatis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Mexique.

Petite espèce à rapprocher de la *mixta*.

Dilobitarsus filiformis. — *Linearis, cylindricus, ater, pilis albicantibus marmoratus; fronte bidentata, concolori; antennis brevibus, nigris; prothorace longo, antice ampliato, sulcato, crebre punctato; elytris parallelis, parum distincte punctato-striatis.*

Long. 9 mill, lat 1 $^1/_3$ mill.

Abyssinie.

Un peu plus long que celui de Zanzibar et trouvé, comme lui, par M. Raffray. Les cornes de la tête sont bornées à deux dents et unicolores. Le corps est orné de poils blancs et jaunâtres rares, formant des dessins. Pour le surplus il ressemble beaucoup au *Raffrayi*. Une remarque à faire à propos de ce dernier, c'est qu'on le retrouve au Gabon.

D. bacillus. — *Linearis, cylindricus, brunneus, fusco-maculatus et cinereo-marmoratus; fronte brunnea, bidentata; prothorace longo, antice ampliato, punctato, medio sulcato, dorso nigricante; elytris parallelis, vix punctato-striatis.*

Long. 12 mill., lat. 2 mill.

Abyssinie.

Celui-ci se rapproche davantage, pour les couleurs, du *cornutus*, mais il est relativement encore plus grêle. Son prothorax surtout est sensiblement plus allongé, plus étroit que les élytres. Il a été trouvé par M. Raffray.

Anacantha Fairmairei. — *Atra, pilosa, opaca; fronte convexa, inæquali, rugosa; antennis ferrugineis; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, tumido, punctato, versus basin biimpresso, sanguineo, nigro anguste marginato; elytris parallelis, crassis, dorso depressis, crebre fortiterque punctatis; pedibus nigris tarsis ferrugineis.*

Long. 13 mill., lat. 3 $^1/_4$ mill.

Chili.

Plus courte que les espèces décrites jusqu'ici, et bien distincte par son prothorax d'un rouge vif, bordé de noir, surtout à la base et au sommet.

ANASPASIS (nov. gen.).

Frons convexa, apice subito acuminata et inflexa; fossulæ antennales subrotundatæ, profundæ, subinfundibuliformes; margo labri triangularis.

Antennæ fortiter serratæ, præsertim maris, articulis 2 et 3 minimis.

Prosternum lobatum et mucronatum, suturæ laterales fortiter, canaliculatæ, nitidæ.

Laminæ coxales posticæ extus latiores.

Tarsorum articuli 3 et 4 laminati.

Corpus opacum.

Genus chilense.

Cet ensemble de caractères constitue un genre des plus extraordinaire.

L'insecte sur lequel je l'établis m'est connu depuis fort longtemps et à l'époque, déjà fort éloignée, où je m'occupais du classement des Élatérides en vue d'en écrire la monographie, je l'avais écarté, le considérant comme un Euenémide.

Toutefois je dois dire que M. de Bonvouloir, qui, dans le même temps, recueillait les Euenémides pour en faire d'histoire, avait refusé de l'accueillir, comme étranger à cette famille et devant, suivant lui, entrer dans les Élatérides.

Bref, en présence de ces tergiversations, l'insecte était resté inédit.

Plus récemment M. Sharp, traçant les caractères d'un genre nouveau, le G. *Protelater*, qu'il fondait pour classer un groupe de Neo-Zélandais, s'exprimait ainsi qu'il suit :

« These interesting insects (*G. Protelater*) have an undescri-

bed ally in Chili, wich, M. Janson informed me, was considered by Candèze not to be a member of the Elateridæ. But i think there is no doubt that these New-Zealand species may be placed in the Elateridæ, etc. (Sharp, *Ann. and mag.* may 1877.) »

La parenté des deux formes est évidente. Quant au front et aux hanches postérieures, la conformation est identique. Le creusement des sutures prosternales et l'aspect opaque différent, toutefois, au point que si le genre est admis parmi les Élatérides, il peut prendre rang non loin des *Anacantha* du même pays.

Je l'admets donc à titre d'exception et afin de ne pas l'abandonner dans la situation fâcheuse de se voir repousser des deux familles, n'étant pas suffisamment constitué pour en former une intermédiaire, à lui seul.

Quant aux *Protelater*, ils me paraissent devoir être classés dans les Pomachiliites, loin d'ici par conséquent; mais la nécessité de rompre des analogies pour obéir aux exigences d'un classement linéaire n'est pas un fait surprenant dans l'arrangement des Élatérides.

Voici la diagnose de l'espèce :

A. fasciolata. — *Elongata, augusta, nigra, opaca, pubescens; antennis fortiter serratis, articulis 2 et 3 parvis æqualibus; prothorace latitudine longiore, creberrime punctato, longitrorsum sulcato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris prothorace latioribus, parallelis, granulatis, fortiter punctato-striatis, albo sparsim tactis et postice undulatim fasciatis.*

Long. 10 mill., lat. 2 mill.

Chili et Patagonie; cordillère de Chillan.

Le nom de *fasciolata* a été appliqué à celle-ci par Germain, je pense, et considéré avec doute comme un *Hypodesis;* mais je ne crois pas qu'il ait été publié. En tout cas je le lui conserve, afin de ne pas donner lieu à confusion, pour le cas où il ne serait pas inédit.

Lacon decoratus. — *Fuscus, pilis fulvis albicantibusque marmoratim decoratus; prothorace longitudine paulo latiore, lateribus bisinuato, disco tumido, versus basin bi-impresso, marginibus distincte serratis, angulis posticis divaricatis, haud carinatis; elytris medio paulo dilatatis, convexis, versus scutellum subtuberculatis, punctato-striatis, striis extus grosse punctatis, basi haud profundiùs sulcatis quam posteriùs; sulcis tarsorum nullis.*

Long. 11 mill., lat. $3\,^1/_2$ mill.

Madagascar.

Il ressemble beaucoup au *pictus* et pourrait être confondu avec lui, à la simple vue ; mais on l'en distinguera facilement, entre autres caractères, aux stries des élytres qui ne sont pas creusées en sillons à la base comme chez le premier.

L. subocellatus. — *Fuscus, fusco-brunneo in elytris maculatus, sparsim pilis fulvis flavisque marmoratim ornatus; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, convexo, grosse punctato, lateribus crenulato; elytris striis fortiter punctatis, interstitio quinto subelevato; sulcis tarsorum anticorum bene definitis.*

Long. 9 mill., lat. $2\,^1/_2$ mill.

Nossi-Be.

Voisin des *L. albopictus* et *mysticus*. C'est surtout le prothorax qui est d'aspect marbré ; sa partie antérieure présente, de chaque côté, une maculature simulant vaguement un ocelle brun cerclé de jaune.

L. signatus. — *Convexus, niger, pilis subsquamiformibus nigris aliquibusque albidis dispersis vestitus; prothorace longitudine latiore, antrorsum rotundatim angustato, convexo, punctato, lateribus haud crenulato, angulis posticis fere rectis, apice acutis-*

simis; elytris striato-punctatis, apice rotundatis; sulcis quatuor bene definitis.

Long. 6 mill., lat. 2 mill.

Zanguebar.

Considéré, notamment par Gerstaecker (*Acad. Berlin Bull.* 1866, 54), comme *L. occidentalis* de la côte ouest, auquel il ressemble en apparence. Il en diffère complètement par les côtés du prothorax nullement crénelés. Les poils blancs disséminés sur tout le corps forment une petite agglomération qui se traduit en un point de même couleur derrière l'écusson.

L. AETHIOPICUS. — *Fusco-bruneus, nitidus, parce breviter pilosulus, pilis aliquibus raris longioribus pallidis; prothorace subquadrato, apice subito angustato, convexo, æqualiter punctato, haud crenulato, angulis posticis rectis, acutissimis; elytris subseriatim punctatis; sulcis quatuor tarsorum bene definitis.*

Long. 5 mill., lat. 1 mill.

Abyssinie ; Bogos.

Très voisin du précédent ainsi que de l'*occidentalis*, mais beaucoup plus étroit et plus luisant. Les trois espèces sont évidemment des formes diverses d'un même type.

L. CAFFER. — *Oblongo-ovalis, niger, sub-opacus, squamulis fuscis, minutis parum dense vestitus, aliquibus albidis sparsis; prothorace longitudine paulo latiore, tumido, punctato, marginibus haud crenulatis, angulis posticis rectis; elytris thoracis latitudine, non duplo longioribus, convexis, punctato-striatis; corpore subtus subplano, sulcis tarsorum anticorum latis parum profundis.*

Long. 6 mill., lat. 2 mill.

Cafrerie.

Aspect des *fœdus, muscerda, asper*, et surtout du *pœnulatus*, à côté duquel il doit être placé.

L. COLONICUS. — *Fuscus, parallelus, minus nitidus, fulvo brunneoque marmoratus, squamulosus; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, convexo, æquali, punctato, angulis parum prominulis, posticis truncatis; elytris ultra medium paulo ampliatis, profunde striato-punctatis; sulcis tarsorum quatuor bene definitis.*

Long. 16 mill., lat. 4 1/2 mill.

Cochinchine.

Ses caractères le conduisent auprès du *L. falsarius* de Ceylan, dans le tableau synoptique de la *Révision des Élatérides;* mais il a les angles du prothorax moins accusés, et sa couleur est le brun marbré de fauve doré. Je l'ai trouvé sans nom dans la collection Mniszech. Deux exemplaires de la collection Dohrn, un peu plus petits de taille, proviendraient de l'Inde boréale.

L. SETULOSUS. — *Fuscus, dense cinereo vestitus, leviter marmoratus; prothorace longitudine vix latiore, medio dilatato, angulis anticis et posticis validis, his divaricatis, disco medio tumido, subcanaliculato; elytris prothorace latioribus, medio ampliatis, convexis, setulis nigris adspersis; sulcis tarsorum quatuor bene definitis.*

Long. 12 mill., lat. 4 mill.

Sumbawa; Flores.

Cette espèce insulaire partage avec les seuls *lutosus*, *setiger* et *judex*, qui sont du continent, le double caractère des quatre sillons tarsaux bien délimités et des crins noirs érigés, semés sur les élytres, en sorte qu'elle est facilement reconnaissable.

J'en ai vu une demi-douzaine d'exemplaires dans la collection de M. de Lansberge, provenant des chasses de M. Colffs.

Sa forme générale est celle de l'*hispidulus*.

L. SPRETUS. — *Fuscus, squamulis fulvis maculatim vestitus; prothorace latitudini longitudine aquali, basi apiceque angustato,*

haud crenulato, fortiter punctato, dorso æquali, angulis posticis latis, divaricatis, truncatis; elytris elongatis, ultra medium paulo latioribus, seriatim punctatis, punctis congestis; sulcis tarsorum quatuor bene definitis.

Long. 13 mill., lat. 3 1/2 mill.

Borneo.

Voisin du *falsarius*, mais plus petit et surtout plus étroit. Il provient des chasses de Schwaner.

L. Delesserti. — *Brevis, fuscus, opacus, dense vestitus; prothorace transverso, æqualiter convexo, punctulato, lateribus arcuato, haud crenulato, angulis posticis brevibus, paulo divaricatis, non carinatis; elytris prothorace duplo longioribus, basi thoracis latitudine, medio dilatatioribus, punctato-striatis; subtus vestitus, sulcis tarsorum quatuor bene definitis.*

Long. 10 mill., lat. 3 1/2 mill.

Neelgherries.

Voisin des *ovalis*, *afflictus*, etc. Provient des récoltes déjà très éloignées de Delessert. Sa vestiture est homogène et d'un grisâtre brun terne, assez dense pour imprimer au corps sa teinte générale.

L. pardalinus. — *Brunneo-ferrugineus, flavo maculatim vestitus; prothorace latitudini longitudine æquali, basi apiceque angustato, haud crenulato, punctato, medio tuberculis duobus minimis, transversis, nitidis, angulis posticis apice obtusis; elytris postice attenuatis, dorso vix visibiliter seriatim punctatis; subtus sulcis destitutus.*

Long. 12 mill., lat. 3 1/2 mill.

Darjeeling.

Voisin des *birmanicus* et *nepalensis*. Sa teinte générale rougeâtre semée de petites taches jaunes, dues à la maculature, le caractérise suffisamment.

L. LIMOSUS. — *Latus, fuscus, opacus et confertissime cervino obductus; prothorace lato, parum convexo, dupliciter punctato, vix transversim elevato, angulis posticis apice truncatis, extus tenuiter carinatis; elytris brevibus, punctatis; subtus sulcis destitutus.*

Long. 12 mill., lat. 4 $^1/_2$ mill.

Nouvelle-Guinée.

Les caractères les plus saillants de cette espèce sont sa forme large et la densité de la vestiture gris jaunâtre qui la recouvre. Celle-ci forme comme un enduit limoneux, qui ne laisse voir la couleur des téguments qu'aux endroits frottés et dénudés.

Sa place est dans le groupe du *murinus*.

L. GIBBUS. — *Crassus, brunneo-castaneus, subnitidus, fere glaber; antennis brevissimis; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, convexo, postice sulcato, versus angulos anteriores impresso, grosse sat crebre punctato, angulis posticis brevibus, haud carinatis; elytris antice parallelis, subcylindricis, versus suturam planatis, fortiter punctato-striatis; subtus sulcis tarsorum nullis.*

Long. 20 mill., lat. 6 $^1/_4$ mill.

Australie septentrionale; Cleveland-Bay.

Cette espèce, qui provient des collections Monchicourt et Mniszech, se fait remarquer par sa taille et son épaisseur. Elle se place parmi les premières de la région australienne.

L. COMPACTUS. — *Fuscus, brevis, crassus, haud nitidus, brunneo-squamulosus; prothorace latitudine breviore, crasso, fortiter punctato, lateribus crenulato, angulis posticis rectis, subtruncatis; elytris brevibus, basi parallelis, fortiter punctato-striatis, interstitiis imparibus paulo elevatioribus; sulcis tarsorum anticorum male definitis.*

Long. 10 mill., lat. fere 4 mill.

Australie septentrionale; Cleveland-Bay.

Facies de l'*Ursus*. Ses caractères l'empêcheront de le confondre avec aucune autre espèce. Il diffère du premier, à côté duquel il se place, par ses canaux prothoraciques mal définis, son prothorax fortement crénelé, ses intervalles inégalement élevés. Je l'ai trouvé dans l'ancienne collection Monchicourt.

L. RUBIGINOSUS. — *Fusco-ferrugineus, parum nitidus, cinereo-vestitus; prothorace convexo, punctato, medio subcanaliculato, lateribus crenato, angulis posticis valde divaricatis, acutis; elytris prothorace angustioribus, brevibus, dorso deplanatis, punctato-striatis; sulcis tarsorum nullis.*

Long. 13 mill., lat 4 mill.

Australie septentrionale; baie de Darwin.

Mêmes caractères généraux que le *princeps*, mais beaucoup plus petit. On le reconnaîtra à sa forme régulière, sa coloration rougeâtre, aux angles du prothorax fortement divergents et aux élytres plus étroites que ce dernier. Je l'ai vu dans la collection de M. de Lansberge.

L. MAC LEAYI. — *Latus, fuscus, dense fulvo-pilosulus; prothorace longitudine latiore, antice arcuatim paulo angustato, parum convexo, crebre fortiter punctato, margine haud crenulato, angulis posticis acutis, integris, paulo divaricatis, haud carinatis; scutello transverso, lævi, nitido; elytris thorace non latioribus, punctato-substriatis; sulcis tarsorum nullis.*

Long. 17 mill., lat. $5\,^1/_2$ mill.

Australie; Port-Denison.

Bien caractérisé par le brillant de son écusson, tandis que le reste est couvert de squamules. Il vient à côté du *L. princeps*.

L. CASTELNAUI. — *Depressus, fuscus, brunneo breviter squamulosus; prothorace latitudini longitudine subæquali, parum convexo, basi apiceque angustato, punctato, medio sulcato, haud*

crenulato, angulis posticis brevibus, extrorsum paulo flexis, indistincte carinatis; elytris antice parallelis, depressis, punctatis, punctis seriatis paulo majoribus, interstitiis alternis apice subelevatioribus; sulcis tarsorum obsoletis.

Long. 7 mill., lat. 2 $^1/_4$ mill.

Australie ; Swan-River.

Plus petit que le *variabilis* à côté duquel il se place, bien qu'il en soit très distinct.

L. CORVINUS. — *Niger, subnitidus nigro-squamulosus; prothorace latitudine minus longiore, apice arcuatim angustato, postice recto, medio sulcato, crebre punctato, lateribus non crenulato, angulis posticis fere rectis; elytris brevibus, punctato-substratis, interstitiis punctatis; sulcis tarsorum nullis.*

Long, 7 mill., lat. 2 $^1/_2$ mill.

Australie ; Swan-River.

Cette petite espèce ne présente aucun caractère saillant, si ce n'est sa couleur et celle des squamules qui le revêtent. Ses proportions le séparent nettement du *Castelnaui* à côté duquel on doit le placer.

L. MONACHUS. — *Minus depressus, fuscus, opacus, pilis squamiformibus concoloribus vestitus; fronte triangulariter impressa; prothorace longitudine paulo latiore, leviter convexo, triimpresso, marginibus declivibus, angulis posticis rectis, acuminatis; elytris interstitiis alternis paulo elevatioribus; sulcis tarsorum anticorum parum impressis.*

Long. 8 mill., lat. 2 $^2/_3$ mill.

Victoria.

Voisin du *L. variabilis* dont il se rapproche par sa taille, sa tournure et les intervalles des stries des élytres inégaux en hauteur ; mais plus court, plus bombé, plus opaque, avec les bords latéraux du prothorax moins déprimés et moins tranchants.

L. PALPALIS. — *Fusco-brunneus, haud nitidus, breviter pilosus; palpis maxillaribus validis; prothorace latitudine paulo longiore, basi utrinque sinuato, angustato, dorso parum convexo, crebre fortiter punctato; elytris ultra medium parallelis, striis fortiter punctatis; sulcis tarsorum nullis, pedibus longiusculis.*

Long. 16 mill., lat. 4 1/2 mill.

Australie septentrionale; Cleveland-Bay.

A rapprocher du *L. maginatus* dont il a la tournure et le *facies*, mais plus grand, unicolore et tous les intervalles égaux. Je l'ai trouvé dans l'ancienne collection Monchicourt.

L. DEALBATUS. — *Fusco-brunneus, squamulis cinereo-albicantibus dense vestitus; prothorace, lato, albo-bipunctato, transversim plicato, angulis posticis brevibus, rotundatis; elytris latis, convexis, punctato-striatis, postice densius vestitis; subtus pedibusque concoloribus, sulcis nullis.*

Long. 10-11 mill., lat. fere 4 mill.

Cap-York.

Forme courte et ramassée des *variolus* et *plagiatus*, et bien reconnaissable à son aspect cendré. Il n'y a pas d'écailles brunes ; toutes sont blanchâtres, sans marbrures; toutefois les squamules sont plus denses et même contiguës au tiers postérieur et à la base des élytres, alors qu'elles sont plus espacées en avant.

TILOTARSUS SUBOCULATUS. — *Fusco-brunneus, haud nitidus, squamulis variegatus; prothorace æquali, latitudine longiore, basi apiceque angustato, disco maculis duabus brunneo-cinctis notato; elytris prothorace paulo latioribus, ultra medium subdilatatis, punctato-striatis, apice fere integris.*

Long. 16 mill., lat. 5 mill.

Antananarivo.

Les squamules brunes et blanchâtres sont très petites et de deux sortes : les premières un peu plus grandes que les secondes. Les deux points blanchâtres du prothorax, formés par des squamules serrées de cette couleur, sont bornés en avant et en arrière par un espace brun dénudé où les points plus serrés et plus grands donnent à l'ensemble un aspect ocellé.

T. DEPRESSUS. — *Dilutius, brunneus, minutiùs fulvo-squamulosus, æqualis ; prothorace longitudine latitudine æquali, basi apiceque angustato, lateribus arcuato, parum convexo, subsulcato, dupliciter punctato, angulis anticis paulo productis, posticis divaricatis, vix carinatis ; elytris brevibus, punctato-striatis, vix apice emarginatis.*

Long. 12 mill., lat. 5 $^1/_2$ mill.

Madagascar.

La forme déprimée, régulière du prothorax, les angles antérieurs avancés sans être aigus et la vestiture uniforme générale, caractérisent cette espèce.

T. REDUCTUS. — *Fusco-brunneus, opacus, squamulosus; prothorace longitudine latiore, lateribus arcuato, crenulato, disco convexo; elytris apice ferrugineo-marmoratis, punctato-striatis, punctis externis maximis.*

Long. 6 mill., lat. 2 mill.

Gabon.

Il est le plus petit du genre, brun obscur mat, avec des marbrures ferrugineuses, revêtu d'écailles de la couleur des téguments avec quelques taches d'écailles dorées. Il a des rapports évidents avec le *fulvisparsus* du même pays, mais il s'en éloigne par l'absence de tubercules sur le prothorax et surtout par les points des stries externes des élytres, qui sont fort gros.

ALAÏTES.

Alaus Dohrni. — *Ferrugineus, nigromaculatus, squamulis concoloribus vestitus; fronte quadrata, angulis anticis oblique truncata, impressa, nigro-maculata; antennis brevibus, nigris, articulis tribus primis ferrugineis; prothorace latitudine longiore, tumido, medio sulcato, supra subtusque nigro-virgato; scutello pentagono, antice reflexo; elytris brevibus, punctato-striatis, basi elevatis, apice emarginatis, fascia media obliqua alteraque minore subapicali nigris; pedibus ferrugineis.*

Long. 18 mill., lat. 5 1/2 mill.

Monrovia.

De la taille de *l'elegantulus* dont il est voisin par les caractères, mais bien distinct et reconnaissable par la disposition de ses couleurs. (Coll. Dohrn.)

Alaus Crokisii. — *Niger, cinereo-vestitus; prothorace latitudine longiore, basi apiceque leviter angustato, inæqualiter punctato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris brevibus, apice-integris, punctato-striatis; subtus fulvo-vestitus.*

Long. 23 mill., lat. 7 mill.

Grand-Bassam.

Voisin du *cerberus*. Il y a çà et là des taches noires qui ne paraissent telles que parce que la vestiture y fait défaut; il y a en outre des poils jaunes vers la bouche ainsi qu'à la base du corselet et des élytres; dans ce dernier endroit, ils sont très apparents et caractéristiques.

Je le dédie à M. Crokisius, qui en a fait la découverte. (Coll. Dohrn.)

A. Hacquardi. — *Angustus, niger, variegatim cervino dense vestitus; prothorace elongato, parallelo, medio acute longitrorsum*

carinato, utrinque nigro-signato, angulis posticis divaricatis carinatis; scutello oblongo-ovato, antice truncato; elytris parallelis, punctato-striatis, apice integris, interstitio tertio carinato, elevato; subtus albicans.

Long. 20-25 mill., lat. 5-6 mill.

Zanguebar.

Cette belle espèce a été découverte par M. Hacquard, à qui je la dédie. Elle est fort voisine de l'*A. macer*, du Gabon, dont elle diffère toutefois par la vivacité de ses couleurs, indépendamment d'autres caractères. Je l'ai reçue de M. R. Oberthür.

Observation. Je dois aussi au même entomologiste plusieurs spécimens d'*Alaus* trouvés dans ces contrées par M. Hacquard, spécimens très marbrés, qui ressemblent à l'*elegantulus* de Guinée et qui me paraissent devoir lui être rapportés.

A. PANTHERINUS. — *Niger, squamulis albidis, brunneis nigrisque marmoratim dense vestitus; prothorace tumido, maculis quatuor nigris, anticis majoribus; elytris brevibus, tumidis, apice emarginatis, dentibus quatuor terminatis.*

Long. 20 mill., lat. fere 7 mill.

Mindanao.

Je l'ai mentionné autrefois (*Bull. Soc. ent. Belg.* 1875, CXIX) comme variété du *lacteus*; il mérite toutefois d'en être distrait spécifiquement, vu la constance de caractères qui ne se retrouvent dans aucun des nombreux *lacteus* des îles malaises que j'ai vus. Il est plus noir de teinte, plus marbré, plus court, plus trapu; les quatre taches noires du prothorax sont plus grandes, de même que celles des élytres; enfin, l'échancrure terminale de l'élytre est limitée de chaque côté par une dent aiguë, tandis que la dent externe est arrondie chez le *lacteus*.

Par la forme courte de son écusson, il se place naturellement à la suite de ce dernier.

A. Laportei. — *Niger, squamulis albidis dense obductus; prothorace quadrato, convexo, postice medio carinato, angulis posticis fortiùs carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis alternis convexis, macula abbreviata, transversa, discoidali, nigra.*

Long. 30 mill., lat. 10 mill.

Malacca.

Aussi grand que les plus grands exemplaires du *lacteus*, dont il a les caractères généraux. On le reconnaîtra à la sculpture des élytres où les intervalles impairs sont élevés et convexes, et à la tache discoïdale noire des mêmes organes qui est tout à fait transversale, au lieu d'être arrondie ou ovale comme chez le *lacteus*.

A. Colffsi. — *Fuscus, cervino et sepiâ marmoratus; prothorace latitudine longiore, disco convexo, æquali, angulis posticis brevibus, planis, subcarinatis; scutello pentagono, declivi, fossula nigra elytrorum superante; elytris basi nec tuberculatis nec carinatis, apice truncatis, punctato-striatis, punctis laterum majoribus.*

Long. 18-30 mill., lat. 5-8 mill.

Sumbawa; Flores.

Aspect général de l'*A. Boreli*, variété jaunâtre, mais plus étroit et bien distinct, notamment par l'absence de tubercule à la base des élytres. Ses caractères le rapprochent beaucoup de l'*elaps*, mais sa teinte est plus jaune avec des taches plus foncées, moins grise, plus noire en dessous, indépendamment d'autres différences. Son habitat est plus oriental. (Coll. Lansberge et Candèze.)

A. Hurria. — *Fuscus, eleganter marmoratus, macula laterali elytrorum extensa, postice nigro-marginata; fronte fortiter concava; prothorace medio longitrorsum elevato, obscure bimaculato et late biimpresso, latitudine longiore, angulis posticis divaricatis,*

carinatis ; elytris punctato-striatis, basi oblique breviter carinatis, apice emarginatis.

Long. 27 mill., lat. 7 mill.

Sumatra.

Cette espèce, dont le ton général est un beau brun riche, relevé par des teintes blanchâtres sur le dos et la partie postérieure des élytres, se distingue par les deux grandes taches brunes des côtés. J'en possédais depuis longtemps un mauvais spécimen, trop altéré pour être décrit. J'en ai revu deux depuis, très frais et venant, l'un de Palembang, dans les cartons de M. de Lansberge, l'autre du royaume de Déli, côte orientale de Sumatra, qui m'a été donné par mon ami, M. W. Roelofs.

A. Acontias. — *Ferrugineus, squamulis minutis ferrugineis obductus, brunneo et flavo marmoratus ; antennis ferrugineis ; prothorace latitudine paulo longiore, æquali, postice ante scutellum acuminato, angulis posticis subdivaricatis, carinatis ; elytris postice attenuatis, basi biturberculatis, apice emarginatis et mucronatis.*

Long. 23 mill., lat. 6 $^1/_2$ mill.

Nouvelle-Guinée ; Fly-River.

Celui-ci, que j'avais d'abord considéré comme une variété de l'*A. Boreli* (1) avec lequel il a les plus grands rapports, se reconnaît cependant par son aspect plus rouge, ses marbrures autrement disposées et surtout par ses antennes rougeâtres, tandis qu'elles sont toujours noires chez le *Boreli*.

Ses points de ressemblance avec le *velutinus* sont non moins grands, et s'il est aisé de distinguer les deux espèces quand on les compare, il est moins facile de décrire les différences qu'elles présentent. Chez le *velutinus* le corselet est plus aplati vers les bords et son aspect est tout autre, les teintes rougeâtres, foncée et

(1) Voyez : *Ann. Mus. Gen.* XII, 107, et XV, 109.

elaire, du duvet à aspect de velours qui le recouvre, étant plus fondues, moins vives, moins tranchées, que chez l'*Acontias*.

Il a été découvert par M. d'Albertis.

A. Oreas. — *Fusco-brunneus, squamulis minutis pallide cinereis dense obductus, punctis duobus prothoracis minimis, lineisque angustis prope marginem in medio elytrorum fuscis; prothorace latitudine longiore, fere parallelo, subcylindrico, angulis posticis brevibus, carinatis, paulo divaricatis; elytris subparallelis, æqualibus, subtiliter punctato-striatis, apice subtruncatis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 25 mill., lat. 7 mill.

Célèbes.

De la forme du *Rosenbergi*, à côté duquel il se place, mais encore plus cylindrique. Il est en entier couvert de petits poils squamiformes d'un gris blanchâtre, très serrés, sans marbrures d'autre couleur et présentant seulement deux points sur le disque du prothorax, une ligne courte près du bord extérieur vers le milieu des élytres, et une apparence de macule marginale près de l'extrémité, formés de poils bruns.

Il a également des rapports manifestes avec le *nebulosus*, mais il est proportionnellement plus étroit. Je n'en possède qu'un seul exemplaire.

A. Lansbergei. — *Fuscus, squamulis minutis cervinis pallidisque marmoratim dense obductus, punctis duobus prothoracis maculaque laterali elytrorum obsoleta brunneis; prothorace longitrorsum carinato, lateribus depresso, angulis posticis divaricatis, acutis, breviter subcarinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis, apice recte truncatis.*

Long. 33 mill., lat. 10 mill.

Java oriental; Ardjoeno.

De la même section que le *putridus* quant à la forme carénée de

la surface du prothorax, mais moins allongé, moins parallèle, le corps plus grand dans toutes ses parties, de teinte plus jaune et plus claire, les taches plus diffuses, etc. Je le dédie à M. de Lansberge, naguère Gouverneur général des Indes néerlandaises.

A. GRISEUS. — *Fusco-ferrugineus, squamulis griseis confertis obductus ; antennis ferrugineis, in mari simplicibus ; prothorace latitudine longiore, apice parum angustato, tumido, parce et grosse punctato, interstitiis punctorum dense punctulatis, angulis posticis fortiter carinatis, divergentibus ; elytris postice attenuatis, apice integris, striato-punctatis, insterstitio tertio basi elevato ; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 21 mill., lat. 5 1/2 mill.

Nouvelle-Grenade; Rio Magdalena.

Je n'en possède qu'un individu assez défloré, mais tel quel et vu le petit nombre d'espèces américaines du genre, on peut le faire reconnaître aisément. Outre la patrie dont on n'a encore aucune autre espèce, il diffère assez bien du *plebejus*, le seul avec lequel on pourrait le confondre, par ses antennes ferrugineuses et surtout par la forte carène des angles postérieurs du prothorax.

HEMIRHIPUS ELEGANTISSIMUS. — *Aurantiacus, pubescens ; fronte basi macula cordiformi nigra notata; antennis nigris, articulis duobus primis rufis; prothorace latitudine longiore, lateribus perpendiculariter declivi, medio obsolete carinato, basi tuberculato, maculis sex nigris : duabus dorsalibus oblongis, duabus minoribus rotundatis, basalibus, approximatis, alteris punctiformibus angularibus ; scutello rotundo, nigro; elytris punctato-striatis, interstitiis imparibus paulo elevatioribus, dimidia parte postica nigra.*

Long. 40 mill., lat. 11 mill.

La Plata.

Cette superbe espèce a la taille et la forme générale du *linea-*

tus. Elle se rapproche des *apicalis* et *Bonvouloiri* pour les couleurs, mais elle est beaucoup plus grande que la première et porte six taches au prothorax. Je l'ai trouvée dans la collection Mniszech sans indication de patrie plus précise que celle que j'indique. Elle provient probablement de quelque point des Provinces argentines rapproché de la Bolivie ou du Paraguay.

CHALCOLÉPIDIITES.

Chalcolepidius Mniszechi. — *Niger, squamulis olivaceis sparsis, striis elytrorum marginibusque albicanti vestitus; antennis nigris articulo tertio minuto; prothorace latitudine longiore, parallelo, apice rotundatim angustato, dorso æquali, angulis posticis vix divaricatis; scutello medio tumido; elytris striis parum punctatis, per paria approximatis; subtus abicans.*

Mexique.

Cette espèce, que j'ai trouvée sans nom dans la collection Mniszech, appartient à la première section du genre, bien que son écusson n'ait que d'une façon adoucie le caractère qui la distingue. Elle se rapproche du *mexicanus* par la disposition des teintes, mais elle est plus large.

C. cyaneus. — *Niger, squamulis minutissimis, cyaneis, dense obductus; antennis nigris, articulo tertio sequenti haud minore; prothorace latitudine longiore, lateribus arcuato, dorso æquali, longitrorsum leviter rugato, angulis posticis paulo divaricatis; elytris sulcatis, interstitiis fere similibus, albo-squamosis; epipleuris cum corpore subtus cyaneis.*

Long. 40 mill., lat. 13 mill.

Brésil.

Forme générale du *porcatus*; les intervalles des stries des élytres garnis d'écailles blanches comme chez le *striatus*, plus

densément vers les bords au point de former comme une bande latérale blanche, mais les épipleures entièrement bleues comme le dessous.

L'absence complète de toute trace de bordure au prothorax le distingue, d'autre part, des *Bomplandi* et *Mocquerysi*. Chez le *Fabricii* il existe une véritable bande ferrugineuse aux élytres, tandis qu'ici la fausse bande blanche que l'on y voit résulte seulement du rapprochement des stries.

C. Humboldti. — *Nitidus, niger, parce et minutissime squamulis viridibus adspersus, lateribus ochraceo-vittatus ; prothorace latitudine longiore, æqualiter convexiusculo, ruguloso, angulis posticis apice subtruncatis ; elytris ultra medium attenuatis, profunde sulcatis, sulcis fortiter punctatis, interstitiis convexis ; epipleuris obscuris.*

Long. 32 mill., lat. 13 mill.

Bogota.

Forme générale du *Bomplandi*, mais bien moins écailleux et distinct surtout par ses stries fortement ponctuées, comme chez le *morio*, dont il s'éloigne d'autre part. C'est l'un des plus glabres du genre.

Observation. Entre les types extrêmes des *C. porcatus* et *striatus* de Linné, il existe une telle dissemblance qu'on serait tenté d'y voir deux espèces, si une suite ininterrompue de formes intermédiaires n'établissait entre eux un passage qui justifie la mesure admise par Erichson, à savoir, de les confondre en une seule. Cette opinion me paraît toutefois pouvoir être réformée en ce qui concerne le *C. virens*, de Fabricius.

Ce dernier présente plus de stabilité, en ce sens qu'on peut invoquer pour le caractériser, à l'exclusion du type *porcatus*, l'uniformité de sa couleur. Celle-ci varie du vert olive au bleu pur, en passant par les nuances du vert plus ou moins doré, mais sans adjonction de lignes ou de bandes de teinte plus

claire ; et s'il se présente quelque individu douteux, le fait est si rare, qu'on peut ne pas en tenir plus de compte que des métis dans la distinction des espèces.

Je crois donc devoir rendre au *C. virens* la qualité d'*espèce*, telle que l'avait entendue Fabricius.

Semiotus splendidus. — *Nitidissimus, aurantiacus; prothorace a basi sensim angustato, vitta lata media rufa, nigro-marginata ; elytris punctato-striatis, interstitiis convexis, apice quadrispinosis, fossula scutellari nigra; pedibus rufis.*

Long. 42 mill., lat. 12 mill.

Équateur.

Cette superbe espèce ressemble au *S. cuspidatus* pour la tournure et la conformation du corselet et des élytres; toutefois ces dernières sont ici ponctuées-striées, avec les intervalles convexes; celle-ci est en outre plus orangée, la tache noire centrale du prothorax est divisée longitudinalement par une large bande rouge, l'écusson est rouge, avec la fossette scutellaire seule noire; enfin les pattes sont rouges.

Campsosternus Lansbergei. — *Viridis, nitidissimus, glaber, purpureo-tinctus; prothorace latitudine breviore, æqualiter parum convexo, subtilissime granulato et sparsim punctato, purpureo, marginibus et linea media viridibus, angulis posticis fere rectis, acutis, convexiusculis, haud carinatis ; elytris extus substriatis; subtus purpureo tinctus.*

Long. 25 mill., lat. 8 mill.

Java oriental.

Assez large pour le genre, très brillant et d'un vert foncé avec le prothorax et le dessous du corps d'un violet pourpre très beau, le premier manifestement opaque. La coloration du corselet peut lui faire prendre rang dans ceux de la première division où cette pièce est d'un rouge non métallique.

C. TÆNIATUS. — *Æneo-viridis, nitidissimus, purpureo tinctus et in elytris tæniatus; prothorace longitudine latiore, parum convexo, nitido, disco subinæquali, sparsim punctato, angulis posticis retrorsum breviter prominentibus; elytris vix visibiliter punctato-substratis, extus cum ore antennis pedibusque ciliatis; subtus sparsim pubescens.*

Long. 20 mill., lat. 6 1/2 mill.

Java.

Les cils sont caducs et peuvent se perdre par un séjour prolongé dans l'alcool, ce qui est le cas ordinaire. Cette petite espèce, étant donné son habitat où les *Campsosternus* sont rares, ne sera confondue avec aucune autre. Je la tiens de M. de Lansberge, qui en possédait deux spécimens, l'un du volcan Ardjoeno, l'autre plus occidental des Préangers.

C. CARINATUS. — *Lœte viridis, subauratus, glaber, parum nitidus; prothorace latitudine vix longiore, subæqualiter convexo, margine laterali paulo incrassato, medio punctulato, utrinque confertissime granulato, angulis posticis fortiter carinatis; elytris sparsim punctatis, haud striatis, sutura leviter violaceo-tincta; pedibus concoloribus.*

Long. 32 mill., lat. 10 mill.

Borneo.

Il se rapproche du *Platus*, mais ses élytres dépourvues de stries de points, et ses pattes tout à fait métalliques et de la couleur générale, l'en distinguent suffisamment.

OXYNOPTÉRITES.

PECTOCERA MALAÏSIANA. — *Brunnea, marmoratim griseo-pilosa; antennis maris pectinatis, gracilibus, concoloribus; prothorace subquadrato, creberrime inæqualiter punctato, subcanaliculato,*

apice parum angustato, angulis posticis acutis, tenuibus, divaricatis, obsolete carinatis; elytris prothorace latioribus, apice acutis.

Long. 25 mill., lat. 6 mill.

Célèbes.

On peut caractériser cette espèce en disant qu'elle a l'aspect du *P. Fortunei*, avec le prothorax plus carré toutefois, et les antennes à pectination grêle du *P. Cantori*. Elle est plus tachetée par la pubescence que tous les deux.

TÉTRALOBITES.

Tetralobus Livingstonei. — *Piceus, subnitidus, pube fusco-grisea vestitus; fronte apice medio acuta, basi carina brevi; prothorace transverso, biimpresso, rugose punctato, angulis posticis divaricatis, obtuse carinatis; elytris inæqualiter et subtiliter sulcatis, postice a medio fortiter attenuatis; laminis coxalibus fortiter angulatis.*

Long. 62 mill., lat. 22 mill.

Zambèze.

L'une des formes dérivées du type *flabellicornis*. Moins grise de pubescence, avec les élytres très atténuées en arrière, la lame coxale fortement anguleuse. L'exemplaire que je décris ici provient de l'une des trop rares récoltes d'insectes faites par Livingstone, à l'époque où le voyageur parcourait les régions arrosées par le haut Zambèze.

T. rubiginosus. — *Niger, pube rubra vestitus; fronte antice rotundata, profunde impressa; prothorace disco inæqualiter punctato, angulis posticis tenuibus, parum divaricatis; elytris basi parallelis, vix subsulcatis, apice haud mucronatis.*

Long. 25 mill., lat. 11 mill.

Monrovia.

Cette espèce, de petite taille pour le genre, se reconnaîtra facilement à la couleur de la pubescence. Elle existe dans la collection de M. Dohrn.

T. Raffrayi. — *Niger, opacus, pube grisea, subtilissima, subsericea obductus; fronte perpendiculari, profunde impressa, apice rotundata; prothorace longitudine paulo latiore, lateribus antice arcuato, disco convexo, confertissime punctato, rugoso; elytris subparallelis, subtiliter punctatis; laminis coxalibus extùs fortiter angustatis.*

Long. 25-30 mill., lat. 8-9 mill.

Abyssinie.

Il a de grands rapports avec le *T. auricomus* comme taille et structure du front, mais sa pubescence, la ponctuation du prothorax et la conformation des hanches postérieures, à peine rétrécies en dehors chez l'*auricomus*, l'en distinguent complètement.

T. Dohrni. — *Ater, parallelus, nitidus, brevissime nigro-pubescens; antennis* (♀) *brevibus, articulis* 4-10 *latis, dentatis, undecimo ovato, fronte perpendiculari, crebre fortiter punctato, antice impresso; prothorace rectangulari, latitudine multo longiore, medio sparsim, lateribus crebriùs et fortiùs punctato, angulis posticis haud divaricatis extus vix carinatis; scutello fere cordiformi; elytris thorace duplo longioribus, crebre punctulatis.*

Long. 27 mill., lat. 7 mill.

Guinée; Akem.

La longueur inusitée du prothorax dans un genre où cette pièce est remarquablement courte, surtout chez les espèces africaines, fait de celle-ci l'une des plus extraordinaires que l'on puisse voir; sa couleur noire, sa forme parallèle, l'allongement cité ci-dessus, lui donnent un *facies* de *Tetrigus* ou d'*Hemirhipus*, aussitôt démenti par la structure des tarses conformes à ceux des *Tetralobus*.

Un exemplaire ♀ m'a été communiqué par M. Dohrn.

T. CAPUCINUS. — *Parallelus, fusco-niger, opacus, griseo-pubescens; fronte verticali, rugosa, apice profunde impressa; antennis (♂) brevibus, brunneis, laminatis; prothorace subquadrato, antice paulo ampliato, valde convexo, sulcato et biimpresso, confluenter cribrato, angulis anticis oblique truncatis, posticis rectis, apice extùs mucronatis; elytris parallelis, subsulcatis.*

Long. 30 mill., lat. 7 mill.

Australie septentrionale; Somerset.

Nettement caractérisé par la forme insolite de son prothorax.

DICRÉPIDIITES.

PANTOLAMPRUS DOHRNI. — *Viridi-cyaneus, nitidissimus, nigro-pilosus; prothorace latitudine paulo longiore, convexo, parce et fortiter punctato, a basi sensim angustato; elytris ultra medium parallelis, subsulcato-punctatis, apice obtusis; antennis pedibusque nigris, femoribus cyaneis.*

Long. 20 mill., lat. 6 mill.

Monrovia.

Cette belle espèce fait partie de la collection de M. Dohrn.

PSEPHUS GUINEENSIS. — *Niger, subopacus, sparsim fusco-griseo-pilosulus; antennis serratis, articulo tertio triangulari, quarto æquali; prothorace longitudine latiore, a basi angustato, convexo, crebre fortiter punctato, punctis laterum umbilicatis, angulis posticis carinatis, carina brevi, cum marginibus, acutis; elytris latis, sulcatis, sulcis punctatis, interstitiis convexis, grosse et rugose punctatis; prosterno brevi, haud lobato, mucrone incurvato; pedibus validis.*

Long. 17-20 mill., lat. 5-6 1/2 mill.

Guinée septentrionale.

A placer près des grandes espèces (*beniniensis*, *striato-punctatus*) dont les antennes sont dentées, le troisième article compris. L'absence de mentonnière et les pattes robustes montrent une altération du type générique dans le sens des Cébrionides, quoique nous ayons bien affaire ici à un Élatéride du genre *Psephus*, pour tout le reste.

P. Oberthüri. — *Lutescens, subnitidus, pube concolore dense vestitus; antennis articulis secundo et tertio minoribus; prothorace longitudine paulo latiore, a basi angustato, convexo, crebre fortiter punctato, punctis lateralibus umbilicatis, angulis posticis parum distincte carinatis, linea media marginibusque nigricantibus; elytris punctato-striatis, interstitiis punctatis, basi dilutius lutescentibus; infrà pedibusque concoloribus, corpore nigro-marginato.*

Long. 14 mill., lat. 4 mill.

Zanguebar.

Ses hanches dentées devraient à la rigueur l'amener dans le G. *Ischiodontus*, mais je crois plus naturel de le faire rentrer dans le genre *Psephus* de même que tous les *Ischiodontus* africains précédemment décrits, le caractère tiré de la distribution géographique ayant une importance incontestable.

P. militaris. — *Niger, opacus, parce et breviter pilosulus; antennis crassis concoloribus; prothorace latitudine paulo longiore, a basi angustato, tumido, medio postice canaliculato, crebre fortiterque punctato, punctis umbilicatis, angulis posticis haud divaricatis, acute carinatis; scutello granulato; elytris minùs elongatis, profunde punctato-striatis, plaga basali ultra medium extùs extensa rufo-testacea; infrà pedibusque nigris.*

Long. 11 mill., lat. 3 mill.

Zanguebar; Mhonda Ouzigoua. (Coll. Oberthür.)

Cette espèce est remarquable, entre toutes, par son système

de coloration. La tache rouge des élytres s'étend plus loin, le long du bord externe, qu'à la suture, en sorte que la couleur noire y est réduite à une tache apicale en losange.

P. NIGRICORNIS. — *Pallide brunneus, rufescens, pube appressa fulva obductus ; antennis nigris ; prothorace latitudine paulo longiore, a basi sensim angustato, minus convexo, sat crebre punctato, angulis posticis validis, paulo divaricatis, acute carinatis ; elytris in dimidia parte antica parallelis, postice arcuatim æqualiter attenuatis, parum profunde punctato-striatis, apice acuminatis ; subtus pedibusque nigricantibus.*

Long. 11 mill., lat. $2\,^3/_4$ mill.

Zanguebar, Mhonda Ouzigoua. (Coll. Oberthür.)

Il se rapproche du *granulatus*, mais ce dernier a les points du prothorax ombiliqués, les antennes brunes, les intervalles des stries fortement granuleux.

P. MECHOWI. — *Ater, parum nitidus, rude fulvo-pilosulus ; antennis acute serratis, articulo tertio sequentibus simili ; prothorace latitudine haud longiore, a basi sensim angustato, sat dense punctis umbilicatis adsperso, angulis posticis obtuse carinatis ; elytris substriatis, interstitiis planis, granulatissimis ; pedibus nigris.*

Long. 12 mill., lat. $3\,^1/_2$ mill.

Congo ; rives du Cuango.

Corps épais et d'un noir opaque. Les élytres sont si fortement granuleuses que les stries apparaissent à peine. C'est le caractère le plus saillant de cette espèce et qui la fera facilement reconnaître. J'en ai vu deux spécimens, capturés au bord du Cuango par le major Mechow à qui je le dédie, et obligeamment communiqués par M. Dohrn.

P. MELANCHOLICUS. — *Ferrugineo-brunneus, opacus, breviter*

pilosulus; fronte lata, crebre punctata, antice perpendiculari; antennis articulo tertio triangulare, sequentibus simili; prothorace quadrato, crebre punctis umbilicatis adsperso, parum convexo, plus minusve quadriimpresso, angulis posticis tenuibus, valde divaricatis, obsolete carinatis; elytris striatis, interstitiis planis grosse granulatis; pedibus articulis tarsorum vix laminatis, unguibus simplicibus.

Long. 11 mill., lat. 3 mill.

Cafrerie.

Cette espèce est une de celles qui montrent le mieux les rapports qui existent entre le genre actuel et les *Dicronychus*, car elle établit un passage manifeste entre eux. Ses tarses sont à peine lamellifères, sa tournure, les pièces du dessous du corps, sont comme chez les *Dicronychus*; cependant les ongles sont simples.

P. Raffrayi. — *Castaneus, parum nitidus, fulvo-pilosulus; fronte punctata, impressa; antennis articulo tertio quarto breviore; prothorace latitudine haud longiore, a basi sensim angustato, latius, minus confertim punctato, punctis lateribus umbilicatis, angulis posticis retrorsum productis, carinatis; elytris ultra medium parallelis, substriato-punctatis; pedibus fere concoloribus.*

Long. 20 mill., lat. 5 mill.

Zanguebar.

Très voisin du *P. macrophthalmus*, dont il diffère par quelques caractères de détail, notamment par la ponctuation moins serrée au milieu du prothorax, tandis qu'elle est plus uniformément répartie chez la première espèce.

P. morio. — *Ater, nigro-pilosus; antennis articulis secundo et tertio minutis, subæqualibus; prothorace latitudine haud longiore, antice rotundatim angustato, convexo, haud canaliculato,*

basi tantum medio impresso, punctis umbilicatis adsperso, angulis posticis retrorsum productis, breviter acute carinatis; elytris postice attenuatis, brevibus, punctato-striatis, in dimidia parte antica interstitiis granulatis.

Long. 12 mill., lat. 3 ½ mill.

Monrovia. (Coll. Dohrn.)

Espèce de passage entre les *Ischiodontus* et les *Psephus*. Les antennes sont conformes à celles des *Psephus*, ses hanches postérieures sont dentées comme chez les *Ischiodontus*.

J'ai dit tout à l'heure et je crois bien faire de le répéter ici, que l'on devait introduire dans le genre actuel les Dicrépidiites d'Afrique classés autrefois parmi les *Ischiodontus*. La distinction des deux genres comprendrait alors l'élément géographique, ce qui simplifierait le classement des espèces.

P. ATHOÏDES. — *Ferrugineo-testaceus, parum nitidus, flavo-pubescens; antennis longis, articulo tertio sequenti æquali; prothorace longitudine haud latiore, a basi sensim angustato, punctis umbilicatis crebre adsperso, angulis posticis validis, carinatis, haud divaricatis; elytris elongatis, punctato-striatis; coxarum laminis posticarum intus dilatatis, dentatis.*

Long. 12 mill., lat. fere 3 mill.

Angola.

Réduction du *cavifrons* du même pays, mais antennes à 3ᵐᵉ article grand comme chez les *Ischiodontus*, parmi lesquels il se rangerait s'il était américain ; il a le *facies* d'un *Athous*. Je l'ai trouvé dans la collection Mniszech.

P. TABIDUS. — *Castaneus, opacus, dense griseo-pubescens; antennis nigris, articulo tertio quarto minore; prothorace latitudine vix longiore, conico, punctis umbilicatis crebre adsperso, angulis posticis indistincte carinatis; elytris ultra medium paral-*

lelis, punctato-striatis, interstitiis planis; laminis posticis haud dentatis.

Long. 12 mill., lat. vix 3 mill.

Cafrerie.

Psephus vrai, à rapprocher du *granulatus*, remarquable par sa pubescence épaisse.

P. CORRECTUS. — *Fusiformis, ferrugineus, nitidior, breviter sparsim pubescens; fronte æquali, punctis umbilicatis densis notato, margine antico minus arcuato; antennis articulis secundo et tertio minutis; conjunctim sequentibus æqualibus; prothorace latitudine paulo longiore, a basi sensim angustato, lateribus parum arcuato, punctis umbilicatis creberrimis adsperso, basi medio brevissime sulcato, angulis posticis acute carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis basi tantum paulo elevatis et granulatis; laminis coxarum posticis medio dentatis.*

Long. 10 mill., lat. $2\,^1/_2$ mill.

Gabon.

Voisin du *brevipennis*. Hanches postérieures comme chez les *Ischiodontus*. Je l'ai trouvé sans nom, ainsi que les deux suivants, dans l'ancienne collection Mniszech.

P. JUVENILIS. — *Testaceo-ferrugineus, parum nitidus, pubescens; fronte basi obscura; antennis articulo tertio sequenti æquali; prothorace latitudine haud longiore, lateribus arcuato, convexo, crebre punctato, angulis posticis apice intus fere subincurvis, carinatis; elytris punctato-striatis; subtus laminis coxalibus posticis haud dentatis.*

Long. 5 mill., lat. $1\,^1/_2$ mill.

Gabon.

Facilement reconnaissable à sa couleur, ainsi qu'à sa petite taille qui en fait jusqu'ici le plus exigu du genre.

P. MINOR. — *Ferrugineo-brunneus, parum nitidus, pubescens; fronte apice arcuata, punctis umbilicatis dense notata; antennis articulo tertio quarto fere æquali; prothorace apice arcuatim angustato, latitudine non longiore creberrime punctato, punctis umbilicatis, angulis posticis retrorsum productis, carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis granulatis; subtus nitidior, laminis coxalibus medio dentatis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Gabon.

Un peu plus robuste que le *juvenilis* duquel il se rapproche; les hanches postérieures autrement faites.

P. MURRAYI. — *Latissimus, ovalis, convexus, brunneo-fuscus, pubescens; antennis crassis, articulo tertio quarto æqualiter triangulari; fronte dense punctis umbilicatis adspersa; prothorace longitudine latiore, apice fortiter angustato, convexo, creberrime punctato, angulis posticis retrorsum productis, carinatis; elytris punctato-substriatis, interstitiis planis, basi subgranulatis; laminis posticis intus paulo dilatatis, medio angulatis, non dentatis.*

Long. 10 mill., lat. $3\,^1/_2$ mill.

Calabar.

Reçu autrefois de Murray sous le nom de *conicollis*, qui ne peut rester pour cause de double emploi et confusion possible avec un *Dicrepidius conicollis* d'Eschscholtz, de Bahia. Il se place à côté de l'*ovalis* et est encore plus large.

P. NITIDUS. — *Brunneus, nitidus, vix pubescens; fronte æqualiter convexa, punctis umbilicatis adspersa; antennis articulo tertio quarto breviori, minus triangulari; prothorace transverso, apice angustato, lateribus arcuato, sparsim punctato, punctis ad angulos anticos umbilicatis, angulis posticis intus flexis, carinatis; elytris brevibus, ovatis, punctato-substriatis; metathorace punctis*

umbilicatis crebre notato ; laminis coxarum posticis haud dentatis.

Long. 8 mill., lat. 2 1/2 mill.

Calabar.

Voisin, comme forme, de l'*ovalis* que j'avais primitivement placé dans les *Ischiodontus*.

P. DENTATUS. — *Fuscus, subnitidus, densius griseo-pubescens ; fronte æqualiter convexa ; antennis linearibus, brunneis, articulo tertio quarto minore ; prothorace longitudine latiore, punctis umbilicatis adsperso, medio sulcato, obscuriore, angulis posticis retrorsum productis, carinatis ; elytris punctato-striatis, interstitiis basi rugosis ; laminis posticis coxarum dentatis.*

Long. 10 mill., lat. 2 1/2 mill.

Gabon.

A rapprocher du *castaneipennis*. Celui-ci, toutefois, a les hanches dentées comme les *Ischiodontus*. Je le tiens de M. Desbrochers des Loges.

P. SANGUINOLENTUS. — *Latus, obscure sanguinolentus, nigro-pilosulus ; antennis crassis, articulo tertio quarto æquali ; fronte convexa, medio impressa ; prothorace longitudine latiore, antice arcuatim angustato, parum convexo, punctato, angulis posticis retrorsum productis, carinatis ; elytris nigris, brevibus, punctato-striatis ; subtus sanguineus, lamina coxarum posticarum vix dentata.*

Long. 7 1/2 mill., lat. 2 1/2 mill.

Gabon.

Jolie espèce fort reconnaissable à ses couleurs peu communes dans le genre.

P. NOBILIS. — *Niger, nitidus, nigro-pilosus; prothorace corallino, a basi attenuato, convexo, sparsim punctato, punctis versus basin obsoletis, angulis posticis retrorsum productis, breviter punctatis; elytris vix striatis, striis fortiter punctatis.*

Long. 11 mill., lat. 3 mill.

Ceylan.

Le pays originaire suffirait pour le distinguer nettement des *P. collaris* et *sanguinolentus*, seules espèces avec lesquelles son système de coloration pourrait le faire confondre.

P. RUFINUS. — *Oblongo-ovalis, rufescens, sparsim sat longe fulvo-pubescens; fronte leviter convexa, profonde punctata; antennis brunneis, articulo tertio quarto breviore; prothorace longitudine latiore, sparsim, antice densius punctato, angulis posticis retrorsum productis, extus sat longe carinatis; elytris punctato-striatis; pedibus flavis.*

Long. 6 mill., lat. $1\,^{3}/_{5}$ mill.

Ceylan.

L'une des plus petites espèces du genre et la plus petite pour les Indes.

P. PAPUENSIS. — *Castaneus, subnitidus, dense pilosus, thoracis basi pube brevissima; prothorace utrinque cum antennis, fronte et elytrorum basi rufescentibus, punctato, angulis posticis validis, acute carinatis; elytris punctato-striatis; pedibus rufescentibus.*

Long. 14 mill., lat. $3\,^{1}/_{3}$ mill.

Nouvelle-Guinée; Amberbaki.

Cette espèce, d'une teinte brune presque uniforme à l'œil nu, très poilue, mais que rien de saillant ne distingue si ce n'est sa patrie, se trouve dans la collection de M. de Lansberge.

P. LATERALIS. — *Rufo-castaneus, subnitidus, sat dense pilosulus, thoracis et elytrorum marginibus lateralibus nigricantibus; prothorace punctato, angulis posticis acute carinatis; elytris punctato-striatis; pedibus concoloribus.*

Long. 14 mill., lat. 3 3/4 mill.

Sumbava.

De structure et de couleurs analogues à celles des précédentes, mais distinctes par la répartition égale de ses poils sur le corselet et ses bords noirs. Elle existe également dans la collection de M. de Lansberge.

P. SUBFUSCUS. — *Castaneus, nitidus, sat dense pilosulus; prothorace latitudine paulo longiore, a basi angustato, punctato, angulis posticis acute carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis fere planis; subtus nigricans, pedibus rufo-brunneis.*

Long. 12 mill., lat. 3 mill.

Ternate.

Sans caractère accusé. Je l'ai vu également dans les cartons de M. de Lansberge.

DICRONYCHUS HACQUARDI. — *Fusco-brunneus, parum nitidus, dense griseo-pilosus; fronte valde convexa; antennis articulo tertio quarto minori; prothorace a basi fortiter angustato, convexo, crebre punctato; elytris profonde punctato-striatis, striis elegantibus, interstitiis convexis, rugose punctatis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 30 mill., lat. 8 mill.

Zanguebar.

La plus grande espèce du genre. Le *facies* a de grands rapports avec celui du *Psephus puncticollis*, mais ses caractères le placent dans le genre actuel. Ses hanches postérieures sont étroites et

dentées comme celles du *Dicronychus senegalensis* à côté duquel on doit le ranger. Trouvé par M. Hacquard.

D. PSEPHOIDES. — *Fuscus, parum nitidus, brunneo-pilosulus; antennis fortiter serratis; prothorace a basi angustato, creberrime punctato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris prothorace latioribus, punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis.*

Long. 18 mill., lat. 5 mill.

Delogoa-Bay.

Il ressemble beaucoup au *Psephus algoensis*, avec des tarses et des ongles tout autrement conformés.

D. GRANULATUS. — *Niger, nitidus, fere glaber; antennis brevibus; prothorace longitudine vix latiore, apice angustato, lateribus arcuato, punctulato, angulis posticis tenuibus, divaricatis, haud carinatis; elytris thorace latioribus, castaneis, punctato-striatis, interstitiis granulatis.*

Long 8 mill., lat. 2 $^1/_4$ mill.

Cafrerie.

Les ongles ne sont fendus qu'à l'extrémité, en sorte qu'il faut quelque attention pour reconnaitre cette conformation caractéristique du genre.

D. MANDIBULARIS. — *Brunneus, elytris paulo pallidioribus, subnitidus, fulvo-pilosus; fronte punctata, perpendiculariter flexa, vix antrorsum marginata; antennis articulis triangularibus, tertio sequentibus simili; prothorace longitudine paulo latiore, conico, punctato, angulis posticis vix carinatis; elytris prothorace latioribus, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, rugose punctatis; mandibulis prominentibus, falcatis, acutis; prosterno*

brevissimo ; laminis coxalibus mediis approximatis, posticis triangularibus.

Long. 10 mill., lat. 3 mill.

Cafrerie.

Très voisin du *granulatus* mais plus grand, autrement coloré, le prothorax moins étroit à la base. Les ongles sont ici bien fendus.

D. TRITUS. — *Testaceus, pubescens; antennis acute serratis, articulo tertio triangulari, sequenti minore; fronte convexa, antice haud marginata; prothorace angusto, trapezoïdeo, punctato, angulis posticis apice penicillatis ; elytris prothorace latioribus, punctato-striatis ; unguiculis fissis.*

Long. 10 mill., lat. 2 mill.

Transvaal.

Tournure de *Campylus*. Les pattes sont normales dans leur forme, les hanches postérieures dilatées en dedans, le front sans rebord antérieur. Sans le caractère très tranché des ongles isolément fendus, il pourrait se classer dans le voisinage des *Pleonomus*, mais il présente des affinités plus étroites encore avec les *Dicronychus*. — Collection Dohrn.

Observation. La véritable place du *G. Dicronychus* est à côté des *Psephus*, dans la famille des Dicrépidiites. Bien que les tarses soient dépourvus de lamelles, tout l'ensemble de l'organisation des espèces qui le composent ne laisse aucun doute sur le rang qu'il importe de lui assigner dans la série naturelle des Élatérides. C'est donc un groupe générique à introduire à titre d'exception dans la tribu actuelle, mesure déterminée par le démembrement et la dispersion des genres réunis sous le nom de Campylides, genres qui n'ont pas de rapports assez intimes entre eux pour les tenir réunis en tribu, et qui me paraissent devoir être dispersés çà et là suivant leurs affinités.

TARSALGUS (nov. gen.).

Frons valde convexa, perpendicularis, apice acuminata; lamina nasalis cum labro fere confusa, rugata, valde prolongata; os inferum; labrum subbilobatum; mandibulæ longæ, falcatæ, basi crinitæ; palpi validi.

Prosternum lobo destitutum, breve, longe mucronatum, suturis lateralibus brevibus, arcuatis.

Mesosternum angustissimum.

Laminæ coxales triangulares, extus valde ampliatæ.

Pedes longiusculi; tibiæ incrassatæ, crinitæ; tarsi haud laminati, subtus dense pilosi, articulo primo posticorum fortiter incrassato, subtus confertim crinito; onguiculi fissi.

Cet ensemble de caractères étonnant fait de l'insecte sur lequel j'établis le genre, l'un des plus curieux parmi les Élatérides. Le *facies* et d'évidentes analogies le placent à la suite des *Dicronychus*.

Je n'ai vu que l'espèce suivante :

T. Mechowi. — *Castaneus, fusiformis, subnitidus, pubescens; fronte impressa; antennis ab articulo tertio (♂) serratis; prothorace brevi, conico, crebre punctato, quadriimpresso, angulis posticis obtuse carinatis; elytris amplis, crassis, apice longe acuminatis, punctato-striatis, interstitiis subconvexis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 30 mill., lat. 7 $^1/_2$ mill.

Congo; rives du Cuango.

Le *facies* est celui d'un très grand *Dicronychus senegalensis* fort acuminé en arrière. Sa plaque nasale fort allongée et le renflement tout à fait insolite du premier article des tarses postérieurs ne permettent pas de le confondre avec un autre Élatéride. Un seul exemplaire mâle m'a été obligeamment communiqué

par M. Dohrn. L'espèce a été tout récemment découverte, aux bords du Cuango, par le major Mechow, à qui je la dédie.

Anoplischius egaensis — *Elongatus, brunneus, nitidus, luteo-pilosus; fronte declivi, parum prominente; antennis brevibus, articulo tertio quarto æquali, prothorace trapezoidali, convexo, basi sulcato, sparsim punctato, angulis posticis unicarinatis; scutello subrotundo; elytris a basi attenuatis, ad suturam depressis, basi tantum striatis, ultrà basin seriatim punctatis, apice acuminatis; pedibus rufescentibus, tarsis tribus primis lamellatis.*

Long. 18 mill., lat. 4 mill.

Amazones; Ega.

Les bords de la fossette mésosternale sont presque horizontaux chez cette espèce. C'est donc un trait d'union entre le genre actuel et les *Atractodes*.

A. rusticus. — *Fuscus, parum nitidus, longe et incondite cervino-pilosus, fronte subquadrata, antice impressa, margine antico utrinque leviter elevato; antennis brevibus; prothorace conico, punctis grossis cribrato; elytris medium usque parallelis, punctato-striatis; pedibus flavo-ferrugineis.*

Long. 21 mill., lat. 5 $^1/_2$ mill.

Brésil.

Grande espèce à rapprocher, ainsi que la précédente, de l'*hæmatopus*.

A. suturalis. — *Niger, parum nitidus, griseo-pubescens; fronte impressa, fortiter punctata; antennis longissimis, nigris; prothorace brevi, conico, sanguineo, angulis posticis carinatis; elytris fortiter punctato-striatis; pedibus obscuris.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Brésil.

La pubescence est plus condensée sur le premier intervalle des stries et au bord externe; elle y est également un peu plus longue et plus jaune, caractère qui rend cette espèce facilement reconnaissable, indépendemment de sa coloration rouge et noire.

A. ELEGANTULUS. — *Niger, nitidus, pubescens; antennis nigris, parum elongatis, articulo tertio quarto breviore; prothorace conico, longius flavo, pubescente, late rufo, parce et subtilissime punctulato; elytris striis angustis punctatis, pubescentia fusca; pedibus obscuris.*

Long. 7 mill., lat. 21 mill.

Bogota.

Il n'a pas été décrit par M. Steinheil, qui en a fait connaître un certain nombre de la Nouvelle-Grenade. Sa coloration caractéristique le rend très reconnaissable.

A. ÆOLOIDES. — *Brunneus, pubescens, subnitidus; prothorace latitudine haud longiore, apice angustato, subconvexo, vix visibiliter, apice tantum distinctius punctato, angulis posticis tenuiter carinatis, utrinque flavo; elytris punctato-striatis, vitta lata dorsali flava; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 5 mill., lat. 1 $^1/_4$ mill.

Colombie.

Cette petite espèce, qui se place à côté du *vitticollis*, est très reconnaissable à son apparence d'*Æolus*. La couleur brune du prothorax ne forme pas une bande médiane régulière, mais bien une tache étranglée au milieu, figurant une sorte de 8. J'ignore de quelle partie de la Colombie elle provient; toutefois j'ai des raisons de présumer qu'elle est originaire de Cumana.

A. MELANOTOÏDES. — *Elongatus, niger, nitidus griseo-pilosulus; fronte impressa, punctata; antennis brunneis, apice medio linea elevata; prothorace transverso, parum convexo, fortiter sat dense punctato, angulis posticis acutissime carinatis; elytris*

prothorace angustioribus, a basi sensim attenuatis, punctato-striatis; pedibus nigris.

Long. 18 mill., lat. 4 mill.

Brésil.

De la section de l'*A. laticolis*, mais la pubescence plus dense, notamment sur les intervalles des stries des élytres où elle forme deux rangées de poils et parfois trois, tandis que, chez le type de cette même section, les poils sont longs et clair-semés. Il rappelle un *Melanotus castanipes* qui serait plus atténué du côté des élytres.

Ischiodontus hawaïensis. — *Brunneo-fuscus, nitidus, pubescens; fronte convexa, punctata; antennis rufo-brunneis; prothorace transverso, parum convexo, punctato, marginibus rufescente, lateribus arcuato, angulis posticis retrorsum productis, carinatis; elytris punctato-substriatis, interstitiis planis disperse punctatis; subtus pedibusque rufescentibus.*

Long. 10 mill., lat. $2^2/_3$ mill.

Iles Sandwich.

Il n'a pas de caractères bien tranchés, bien qu'il forme une espèce distincte de toutes les autres, mais son pays d'origine empêchera toute confusion. J'en ai reçu plusieurs exemplaires de M. Fry. Sa place est à côté du *simplex*.

I. decoratus. — *Niger, subnitidus, pube rufo-brunnea vestitus; fronte grosse punctata; antennis nigro-brunneis, articulo tertio quarto æquali; prothorace transverso, rufo, fortiter punctato, angulis posticis valde carinatis; elytris profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, vitta dorsali marginibusque rufis; pedibus brunneo-rufescentibus.*

Long. 11 mill., lat. 3 mill.

Brésil.

Il rappelle tout à fait le *Crepidomenus decoratus* d'Australie.

Spilus brevis. — *Badius, brevis, nitidus, fulvo sparsim pilosus; antennis acute serratis; prothorace transverso, discrete punctato; elytris brunneis, striis dorsalibus obsoletis, lateribus striato-punctatis; subtus lutescens.*

Long. 10 mill., lat. 3 mill.

Des régions de l'Amazone.

Cette espèce se distingue des autres par des caractères bien tranchés.

Dicrepidius cavifrons. — *Niger, nitidus, dense griseo-pilosulus; antennis maris longe pectinatis; fronte porrecta, valde excavata; prothorace latiore, fortiter punctato, punctis laterum umbilicatis, basi medio sulcato, angulis posticis acute carinatis; elytris fortiter punctato-striatis, apice integris.*

Long. 12 mill., lat. 2 $^{1}/_{3}$ mill.

Guadeloupe.

Semblable au *corvinus*, mais à prothorax plus large que long. Son front très excavé ne peut le faire considérer comme une variété noire du *ramicornis*. J'en possède plusieurs exemplaires.

EUDACTYLITES.

Eudactylus bifoveatus. — *Fusco-niger, opacus, pubescens; fronte impressa, punctata, antice flava; antennis brevibus nigris, basi ferrugineis; prothorace subquadrato, crebre fortiterque punctato, bi vel quadri foveato, lateribus flavo; elytris depressis, fortiter punctato-striatis, interstitiis subgranulatis, vitta laterali flava; pedibus flavis.*

Long. 8 mill., lat. fere 2 mill.

Antilles.

La bande jaune des élytres n'atteint pas le sommet. Des impressions du thorax, les deux antérieures seules sont profondes et bien marquées. A placer à la suite de *l'albipes*.

Glyphrus Lansbergei. — *Niger, nitidissimus, sparsim nigro-villosulus; prothorace subquadrato, rare punctato, sanguineo; elytris prothorace latioribus, depressis, punctato-striatis, macula rotundata late rufa versus apicem notatis.*

Long. 11 mill., lat. fere 3 mill.

Victoria.

Cette jolie espèce est très remarquable par sa coloration variée. Elle est moins atténuée en arrière que le *villosulus* et son prothorax est notablement plus étroit que les élytres et carré de forme. Quant au *villosulus*, dont la patrie est moins méridionale, j'ajouterai à ce qui a été dit, qu'on en trouve avec les élytres ornées de quatre taches, d'une teinte rougeâtre sur un fond plus obscur, et depuis la coloration unicolore jusqu'à la quadrimaculature bien marquée, tous les passages existent.

Simodactylus tertius. — *Elongatus, flavo-brunneus, dense flavo-pubescens; prothorace latitudine longiore, crebre punctato, lineis dorsalibus tribus nigris, angulis posticis bicarinatis; elytris punctato-striatis, apice marginatis, sutura nigricante; subtus nigro-variegatus.*

Long. 12 mill., lat. 3 mill.

Nouvelle-Guinée; Andaï.

Voisin du *Simodactylus guttatus*, de Ternate, et du *S. similis*, de la Nouvelle-Guinée, qui ont été indûment décrits autrefois sous le nom générique de *Monocrepidius*. Il est de fait que les deux genres en question sont voisins et doivent être rangés à côté l'un de l'autre; mais le premier se distingue par des hanches postérieures étroites et l'extrémité des tarses élargis, circonstance qui

le range dans une tribu incohérente et peu naturelle, celle des *Eudactylites*.

Melanthoïdes luteipes. — *Elongatus, parallelus, fuscus, parum nitidus, breviter albo-pilosulus; antennis palpisque testaceis; fronte crebre punctata; prothorace latitudine longiore, basi et apice angustato, lateribus arcuato, convexo, crebre punctato, medio late parum profunde sulcato, angulis posticis acutis, carinatis; elytris ad suturam depressis, tenuiter punctato-striatis, interstitiis planis, punctulatis; pedibus dilute luteis.*

Long. 13 mill., lat. $2^2/_3$ mill.

Zanguebar; Mhonda Ouzigoua; Haequard. (Coll. Oberthür).

Elle est moins déprimée que les espèces déjà connues et sa couleur est différente.

Comme la précédente, elle demande à être placée tout près des *Monocrépidiites*.

MONOCRÉPIDIITES.

Glyphochilus Championi. — *Elongatus, parallelus, fuscus, densius griseo-pubescens; fronte convexa, punctata; antennis brevibus, prothorace latitudini longitudine subæquali, punctato, angulis posticis acutius carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis ad basin granulatis; pedibus testaceis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Australie; Champion-Bay.

Plus étroit et moins brillant que le type, ce qu'il doit à sa pubescence plus serrée. Le prothorax est un peu plus long, toute proportion gardée.

G. occidentalis. — *Minus elongatus, rufo-ferrugineus, nitidus, pubescens; fronte convexa, punctata; antennis brevibus; protho-*

race transverso, fere rectangulari, apice tantum angustato, subtiliter punctulato, angulis posticis apice tantum carinatis; elytris parallelis, punctato-striatis; subtus rufescens, pedibus flavis.

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Australie; Swan-River.

Celui-ci ressemble davantage au *tasmanicus*, qu'il représente dans l'ouest du continent australien. Il est constamment plus petit et d'une teinte rougeâtre claire.

APOCHRESIS (nov. gen.).

Frons convexa, angustissime marginata; mandibulæ sulcatæ, apice simplices, acutissimæ.

Antennæ filiformes, breves.

Prosternum lobatum et recte mucronatum, suturis lateralibus rectis angustis, apice haud canaliculatis.

Mesosternum triangulariter declive.

Laminæ coxales posticæ intus paulo et sensim dilatatæ.

Tarsi breves, articulo quarto cordiformi.

Genus africanum.

L'avant-dernier caractère, combiné avec le front finement mais visiblement rebordé, place le genre dans les *Monocrépidiites* où ses hanches postérieures étroites le feraient se confondre avec les *Dorygonus* de Madagascar, si les sutures prosternales, au lieu d'être fines et droites, étaient courbes et creusées en gouttière au sommet.

L'établissement d'un genre à part pour l'espèce ci-après me paraît donc nécessaire.

Il n'en représente pas moins les *Dorygonus* sur le continent africain, et doit être classé tout auprès.

A. ASPER. — *Ater, opacus, griseo-pubescens; prothorace*

basi apiceque leviter angustato, convexo, rugose punctato; elytris subcylindricis, punctato-striatis, interstitiis rugosis.

Long. 9 mill., lat. 2 mill.

Benguela.

Cette espèce présente assez bien l'apparence d'un *Cardiophorus* et notamment d'un *C. equiseti*. Ses caractères génériques sont tout autres, bien entendu.

Monocrepidius alacer. — *Elongatus, fuscus, pube densa, fulva, subsericea vestitus; prothorace latitudine longiore, conico, medio late canaliculato; elytris longis, punctato-striatis, apice spinosis, vitta marginali postice bidilatata, testacea.*

Long. 23 mill., lat. 5 mill.

Brésil.

Première section. Tournure du *bigatus*, mais plus grand encore. Unicolore, avec une large bande marginale testacée à bord libre ondulé en arrière, aux élytres; tout le corps revêtu d'une pubescence couchée, subsoyeuse, fulvescente. Espèce très reconnaissable et l'une des plus grandes de l'Amérique.

M. Rodriguezi. — *Elongatus, fusco-niger, griseo-pubescens; antennis rufo-testaceis; prothorace elongato, creberrime inæqualiter punctato, angulis posticis acutis, bicarinatis, rufescentibus; elytris striis indistincte punctatis, apice emarginatis, brunnescentibus; pedibus flavis.*

Long. 12 mill., lat. 2 $^1/_2$ mill.

Guatemala.

De la taille et de la forme du *M. discolor*, à côté duquel il se range, mais autrement ponctué et d'une autre couleur. Je l'ai reçu de mon ami M. J. Rodriguez, à qui je le dédie.

M. FOSSULATUS. — *Rufo-brunneus, parum nitidus, parce fulvo-pilosus; antennis articulis 2 et 3 minutis; fronte subquadrata, plana, crebre punctata; prothorace latitudine haud longiore, antice leviter angustato, immaculato, fortiter et creberrime punctato, basi medio impresso, angulis posticis acute carinatis; elytris pallidioribus nigro-punctatis; apice singulatim oblique nigro et ovaliter annulatis, seriatim foveolatis.*

Long. 20 mill., lat. 6 mill.

Brésil.

Cette belle espèce, dont la place est à côté des *apiatus, stigmosus, pilosus*, dans la 2e section du genre, se fait remarquer entre toutes par la sculpture des élytres où les points sériés habituels sont remplacés par de véritables fossettes. Je ne connais pas l'endroit précis du Brésil d'où provient le seul exemplaire que je possède.

M. VULNERATUS. — *Niger, nitidus, breviter griseo-pubescens; antennis rufis, articulis 2 et 3 minutis; prothorace latitudini longitudine æquali, apice angustato, punctato, subsulcato, angulis posticis validis, longe carinatis, rufis; elytris fortiter punctato-striatis, postice rufo utrinque bimaculatis; subtus pedibusque rufescentibus.*

Long. 9 mill., lat. $2\,^{2}/_{3}$ mill.

Mexique.

Il se place dans la seconde section du genre, à côté du *ternarius*.

M. LENIS. — *Obscure testaceus, rufescens, opacus, fulvo-pilosulus; fronte obscure rufa; prothorace latitudine haud longiore, apice arcuatim angustato, grosse et fere confluenter punctato, vitta lata media lineaque laterali nigris; elytris ovaliter elongatis, punctato-striatis, interstitiis convexis, confertim punctatis, regione*

scutellari maculaque postice appendiculata nigris; subtus niger, pedibus flavis.

Long. 12-15 mill.

Var. *a. Vittis prothoracis partim deficientibus.*

Var. *b. Elytrorum maculis plus minusve reductis.*

Des régions de l'Amazone.

Cette espèce se place à côté des *capistratus, tactus, melanurus, lacertosus,* etc. Elle varie beaucoup quant aux maculatures et il est impossible de la caractériser d'après les taches noires qui ornent ses téguments. Cependant toutes ces variétés ont un *facies* qui les rattache au type. Or celui-ci se distingue de toutes les espèces décrites jusqu'ici par les trois bandes du prothorax, une médiane large et deux linéaires latérales. Quand celles-ci manquent il y a plus de rapports avec le *tactus,* mais le prothorax est toujours moins allongé.

M. CALCARATUS. — *Flavo-ferrugineus, fusco-maculatus, opacus, breviter flavo-pubernlus ; antennis dimidio corporis longitudine, articulis 2 et 3 minutis, quarto conjunctim multo minoribus; prothorace latitudine longiore, apice arcuatim attenuato, parum convexo, creberrime fortiter punctato, medio sulcato, sulco postice latiore et profundiore, utrinque subtuberculato, margine postico medio calcavato, angulis posticis validis, divaricatis, acutis, fortiter carinatis; elytris punctato-striatis, apice singulatim acuminatis ; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 25 mill., lat. 7 mill.

Brésil.

La plus grande de la deuxième section. Bien caractérisée par la structure du prothorax. Les maculatures noirâtres consistent en quatre raies longitudinales sur le prothorax et des nébulosités le long de la suture sur les élytres. A rapprocher du *lenis.*

M. CONCRETUS. — *Rufescens, opacus, griseo-pubescens ; antennis articulis 2 et 3 minutis, æqualibus ; prothorace longitudine paulo latiore, parum convexo, grosse confluenter punctato, medio obscuriore, angulis posticis acutis, valde carinatis ; elytris brevibus, latitudine haud duplo longioribus, punctato-striatis, plaga communi basali, fascia undulata ultra medium, angusta, nigris ; subtus fusco-brunneus, pedibus flavis.*

Long. 13 mill., lat. 4 1/2 mill.

Cayenne.

Très voisin, comme coloration, du *lenis*, mais remarquable par sa briéveté relativement à la largeur, au point que les élytres sont moins de deux fois plus longues que larges.

M. FIGULARIS. — *Elongatus, brunneus, nitidus, cinereo-pilosulus ; fronte quadrata, leviter convexa, crebre punctata ; antennis articulo tertio quarto paulo breviore ; prothorace latitudine paulo longiore, basi apiceque leviter angustato, subiuæqualiter punctato, angulis posticis tenuibus, divaricatis ; elytris prothorace latioribus, punctato-substriatis, apice breviter truncatis ; mesosterno antice prominulo.*

Long. 17 mill., lat. 4 1/4 mill.

S[t]-Domingue.

Par ces élytres très brièvement tronquées et la forme du corps svelte, cette espèce établit un lien manifeste entre les premiers représentants du genre (*Conoderus*) et celles qui se rencontrent fréquemment aux Antilles, telles que les *lividus*, *bifoveatus*, etc. Son caractère distinctif essentiel réside dans la saillie du mesosternum, qui rend la fossette mésosternale tout à fait perpendiculaire et formant un angle droit avec lui.

M. PROBUS. — *Fusco-brunneus, parum nitidus, pilosulus ; antennis brunneis, articulo tertio quarto paulo minore ; prothorace longitudini latitudine fere æquali, antice parùm angustato,*

parum convexo, æqualiter creberrime punctato, angulis posticis apice extrorsum flexis, acute et longe unicarinatis; elytris depressis, punctato-striatis, striis internis vix punctatis, interstitiis planis, crebre punctulatis, margine externo anguste ferrugineo; pedibus flavis.

Long. 14 mill., lat. 4 mill.

Guatemala.

La fossette mésosternale a les bords déprimés; la ponctuation du thorax est simple, égale; les angles postérieurs sont unicarénés. Sa place est à côté des *M. castanipes, memorabilis, tarsalis,* etc.

M. MONACHUS. — *Fuscus, tenuiter sat dense fusco-pubescens; prothorace rectangulari, latitudine longiore, parallelo, apice tantum angustato, creberrime punctulato, angulis posticis retrorsum productis, valde carinatis; elytris thoracis latitudine, brevibus, regulariter punctato-striatis; abdomine rufescente, pedibus testaceis.*

Long. 10 mill., lat. $2\,^1/_3$ mill.

Bangkok.

Facies d'*Heteroderes*, mais prothorax densément, finement et régulièrement ponctué. Il se place à côté du *prionurus*.

M. CAPUCINUS. — *Fuscus, tenuiter griseo-pubescens; prothorace latitudine longiore, apice paulo angustato, crebre punctato, angulis posticis retrorsum productis, acutis, acute tenuiter carinatis; elytris prothoracis latitudine, leviter punctato-substriatis, interstitiis subgranulatis; pedibus obscure testaceis.*

Long. $8\,^1/_2$ mill., lat. 2 mill.

Cochinchine.

Espèce insignifiante comme couleur, qui se classe à côté du *M. prionurus* comme le précédent.

M. ANTENNALIS. — *Fusco-rufescens, parce pubescens; antennis validis, dimidio corporis longioribus; prothorace latitudine longiore, parum convexo, crebre punctato, postice sulcato, angulis posticis divaricatis, longe et acute carinatis; elytris striis fortiter punctatis; pedibus rufescentibus.*

Long. 18 mill., lat 5 mill.

Australie occidentale; Champion-Bay.

Son rang est à côté de l'*australis* et il a, comme lui, la base des élytres maculée de rouge. La longueur de ses antennes, combinée avec son habitat, le fera reconnaitre. Je n'ai vu que des individus que je présume être des mâles. Il est possible que la femelle ressemble tout à fait à celle de l'*australis*.

M. AURULENTUS. — *Piceus, parum nitidus, pube fusco-fulva, densa, sericea, micante vestitus; antennis articulis 2 et 3 parvis æqualibus; prothorace latitudine paulo longiore, crasso, tumido, creberrime punctato, angulis posticis haud divaricatis, bicarinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis; pedibus rufescentibus.*

Long. 18 mill., lat. 5 mill.

Australie; Swan River.

Celle-ci se distingue bien de toutes les formes de l'Australie occidentale par son aspect soyeux et la densité de la pubescence. Ses angles courts et nullement divergents empêcheront de la confondre avec les *australasiæ*, *Menevillei*, *antennalis*, de taille aussi grande et des mêmes régions.

A. PLAGIATUS. — *Brunneus, subnitidus, leviter pubescens; prothorace latitudine paulo longiore, a basi sensim angustato, tenuiter punctato, flavescente versus marginem, angulis posticis acute carinatis; elytris depressis, punctato-striatis, interstitiis*

planis, granulatis; plaga laterali testacea; subtus pedibusque testaceis.

Long. 7 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Australie; Rockhampton.

La tache testacée des élytres, qui couvre leurs trois cinquièmes antérieurs, à l'exception de la région scutellaire prolongée le long de la suture, rend cette espèce facile à reconnaître. Sa place est auprès du *nebulosus* M. L.

M. SPATULATUS. — *Castaneus, nitidus, leviter pubescens; fronte impressa, crebre tenuiterque punctata; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, medio sulcato, creberrime subtiliter punctato, angulis posticis divaricatis, longe et acute carinatis, carina secunda minuscula; elytris brevibus, apicem versus dilatatis et late rotundatis, punctato-striatis, interstitiis convexiusculis, punctatis; subtus rufescens, epipleuris pedibusque flavis.*

Long. 10 mill., lat. 3 mill.

Australie; Nouvelle-Galles du Sud.

Sa forme élargie et sa couleur rappellent le *Dima elateroïdes*, et plus encore un *D. Perezi* de grande taille. Il se place à côté du *rufifrons* et autres analogues.

M. AMAZONICUS. — *Rufescens, tenuiter fulvo-pubescens, pube sericea; prothorace longitudine paulo latiore, convexo, æquali, crebre subtiliter subinæqualiter punctato, fusco-maculato; elytris punctato-striatis, nigro vittatis et maculatis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Régions de l'Amazone

A mettre dans le voisinage du *vespertinus*. Il est un peu plus épais. Son prothorax est maculé de la même façon. Les taches

noires des élytres consistent en une ligne dorsale et une marginale, partant de la base et s'arrêtant à la moitié de la longueur, et une fascie arquée postérieure formant, avec sa correspondante, une sorte de V.

Aeolus Waggae. — *Niger, opacus, pube obscura vestitus; fronte convexa, medio sulcata; prothorace subquadrato, apice tantum angustato, æqualiter tumido et crebre punctato, angulis posticis rufescentibus, unicarinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis, granulatis, ultra medium macula marginali pallide cornea.*

Long. 5 $^1/_2$ mill., lat. 1 $^1/_3$ mill.

Wagga-Wagga, Nouvelle-Galles du Sud.

Plus petit que l'*australis*, auquel il ressemble, du reste, beaucoup.

A. versicolor. — *Fuscus vel brunneus, opacus, pube grisea, longiuscula, in prothorace holosericea vestitus; fronte convexa, impressa, punctata; prothorace latitudine longiore, punctato; elytris punctato-striatis, punctis externis majoribus; subtus obscurior.*

Long. 6 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Swan Riv. Australie occidentale.

Plus fort. Facilement reconnaissable à sa pubescence moirée sur le prothorax. Il provient des récoltes du comte de Castelnau.

A. Steinheili. — *Flavo-rufus, parum nitidus, pubescens; fronte concolore; prothorace lato, haud longiore, antice angustato, creberrime punctulato, angulis posticis haud prominulis, acutis, extus carinatis; scutello flavo; elytris brevibus, planius-*

culis, punctato-striatis, tertia parte basali fasciaque postica nigris; subtus cum antennis pedibusque flavo-rufis.

Long. 7 mill., lat. 2 mill.

Bogota.

La tache noire qui couvre la base des élytres est marquée, dans son centre, d'une tache déchiquetée de la couleur jaunâtre générale; le prothorax, tout entier d'un jaune rougeâtre, présente, sur son disque, deux lignes formant comme un chevron d'une teinte un peu plus obscure. Cette espèce a de grands rapports avec le *platynotus* et les angles postérieurs du prothorax sont conformés de la même façon.

A. LIVENS. — *Flavus, parum nitidus, flavo-pubescens ; fronte basi brunnea ; prothorace latitudine paulo longiore, antice arcuatim angustato, æqualiter convexo, crebre subtiliter punctato, medio infuscato, angulis posticis retrorsum productis, validis, acutis, bicarinatis, carina interna brevissima ; elytris brevibus ovalibus, punctato-striatis, brunneis ; pedibus flavis.*

Long. 13 mill., lat. 3 mill.

Amazones ; Ega. (Coll. Oberthür).

Sa place est à la suite du *platynotus*, des mêmes régions, avec lequel il a des rapports de forme très évidents.

A. PECTORALIS. — *Flavus, sat dense flavo-pubescens ; fronte punctata ; prothorace latitudine paulo longiore, crebre subtiliter punctato, linea media nigra, angulorum posticorum carina longa apicem non attingente; elytris punctato-striatis, cum scutello linea abbreviata, communi basali, altera in utroque media brevi, tertiaque postica transversa obscuris ; metathorace nigro.*

Long. 8 mill., lat. fere 2 mill.

Venezuela.

Voisin du *graphicus* et par conséquent de la même section, mais notablement plus étroit, avec les taches noires des élytres moins accentuées.

A. UNICOLOR. — *Latiusculus, luteus, nitidus, flavo pilosulus; fronte plana, fortiter punctata; prothorace latitudine paulo longiore, antice attenuato, fortiter punctato, angulis posticis retrorsum productis, bicarinatis, carina principali longa, ante apicem anguli evanescente; elytris brevibus, profunde striatis, striis punctatis, interstitiis rugulosis.*

Long. 12 mill., lat. 4 mill.

Amazones; Ega. (Coll. Oberthür).

Sa place est vers la fin du genre, à côté des *A. brunneus, trachypygus*, etc.

HETERODERES ÆOLOÏDES. — *Ferrugineo-testaceus, parum nitidus, sat dense fusco-pubescens; prothorace latitudini longitudine æquali, apice arcuatim angustato, tenuiter punctato, dorso infuscato, lateribus anguste obscuro-marginato, angulis posticis carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis granulatis, fuscis, fascia media plagaque apicali testaceo-ferruginea; subtus pallide ferrugineus.*

Long. 5 mill., lat. 1 $^{1}/_{5}$ mill.

Gabon.

Voisin de l'*inscriptus*, que j'ai compris autrefois dans les *Æolus*, mais qui me paraît mieux placé, ainsi que toutes les espèces de la troisième section : *brachmana, chrysites, sinensis*, etc., dans les *Heteroderes*, avec notre *H. crucifer* d'Europe.

H. CRUX. — *Rufo-testaceus, subopacus, griseo-pubescens; fronte convexa, brunnea; prothorace latitudine paulo longiore, apice parum angustato, dupliciter punctato, plaga triangulari*

media lateribusque nigris, angulis posticis vix visibiliter carinatis; elytris striis fortiter punctatis, nigris, vitta laterali ante apicem interrupta rufo-testacea ; pedibus cum corpore subtus flavis, tarsorum articulo quarto laminato.

Long. 6 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Abyssinie.

Plus grand et plus plat que notre *crucifer* auquel il ressemble pour les dispositions des couleurs. Il provient des chasses de M. Raffray. J'en possède un exemplaire du même pays, un peu plus petit et à élytres entièrement noires.

H. JUVENCUS. — *Minimus, testaceus, leviter pubescens; prothorace latitudine longiore, basi apiceque angustato, parum convexo, creberrime punctato, linea media nigra, angulis posticis vix productis; scutello subrotundato, pallidiore; elytris brevibus, prothorace vix dimidio longioribus, depressis, fortiter punctato-striatis, sutura fasciaque undulata postica nigris.*

Long. 2 $^1/_4$ mill., lat. $^3/_4$ mill.

Abyssinie.

Très petite espèce provenant des récoltes de M. Raffray, voisine des *multilineatus*, *Beccarii*, *minusculus*, etc. Elle se fait remarquer par la brièveté de ses élytres à peine une demi-fois plus longues que le prothorax.

H. CRYPTOHYPNOÏDES. — *Minimus, niger, subnitidus, pube albida vestitus; antennis nigris, ciliatis, basi testaceis; prothorace latitudini longitudine æquali, apice leviter angustato, convexo, dupliciter punctato, angulis posticis brevibus, indistincte carinatis; elytris leviter sulcatis, sulcis punctis destitutis ; pedibus flavis.*

Long. 2 mill., lat. $^2/_3$ mill.

Perse.

Le plus petit du genre. Aspect d'un *Cryptohypnus*.

H. Arechavaletæ. — *Crassus, niger, parum nitidus, griseo-pubescens; antennis brunneis; prothorace latitudini longitudine æquali, apice leviter angustato, sat convexo, dupliciter punctato, medio subcanaliculato, angulis posticis divaricatis, longe carinatis; elytris basi ferrugineo-tinctis, convexis, punctato-striatis, apice attenuatis; pedibus brunneis, articulo tarsorum quarto fere simplici.*

Long. 8-10 mill., lat. 2-2 $^1/_2$ mill.

Montevideo.

Var. *a. Corpus omnino ferrugineum.*

Plus bombé que la majorité des *Heteroderes* et notamment que l'*H. rufangulus* du même pays. Il peut passer en totalité ou en partie au ferrugineux. J'en ai reçu plusieurs spécimens de M. Arechavaleta.

PHYSORHINITES.

Physorhinus insularis. — *Elliptico-elongatus, brunneo-testaceus, pube flava, sericea, tectus; prothorace sat fortiter punctato; elytris flavo-quadrimaculatis, maculis magnis, haud definitis.*

Long. 13 mill., lat. 5 $^1/_2$ mill.

Guadeloupe.

L'habitat particulier de cette espèce m'engage à la séparer du *P. erythroderus*, à côté duquel on le placera. Elle a, comme lui, les élytres quadrimaculées, mais les taches sont grandes au point de couvrir presque toute la surface du dos, et se fondent avec la couleur foncière, plus rougeâtre, qui n'apparaît que le long de la suture où elle s'élargit romboïdalement un peu au delà du milieu.

Anchastus fasciatus. — *Niger, fulvo-pubescens; antennis rufes-*

centibus, crassiusculis; prothorace longitudine latiore, subtilissime vix visibiliter punctato, angulis posticis brevibus, rufis, obsolete carinatis; elytris punctato-substriatis, fascia media nigra.

Long. 2 $^1/_4$ mill., lat. $^5/_4$ mill.

Amazones; Ega. (Coll. Oberthür.)

Il se place dans la première section du genre, à côté de l'*hilaris*, avec lequel il a des rapports de forme et de coloration.

A. BICOLOR. — *Niger, subnitidus, tenuiter pubescens; prothorace latitudini longitudine æquali, apice arcuatim attenuato, æqualiter convexo, punctato, angulis quatuor rufis, posticis acutis, carinatis, carina apicem attingente; elytris brevibus, punctato-striatis, rufis, antennis pedibusque rufis.*

Long. 6 mill., lat 1 $^1/_2$ mill.

Amazones; Ega. (Coll. Oberthür.)

Il se place dans la première section du genre.

A. MILITARIS. — *Ater, nigro-pubescens; antennis nigris, crassis, serratis, articulo secundo minutissimo; prothorace latitudini longitudine æquali, æqualiter punctato, angulis posticis unicarinatis; elytris subtiliter punctato-striatis, basi late rufis.*

Long. 7 mill., lat. 2 mill.

Californie; Sierra Nevada.

Cette jolie espèce doit se placer non loin de l'*A. vulneratus*.

A. BREVIS. — *Rufus, nitidissimus, pube instabili concolore; fronte angusta; antennis validis, articulis 2 et 3 æqualibus; prothorace brevi, parum convexo, lateribus arcuato, parce punctato,*

angulis posticis carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis, punctulatis; subtus pedibusque nitidissimis.

Long. 5 1/2 mill., lat. 1 2/3 mill.

Bogota.

Rappelle certains *Esthesopus*.

A. Raffrayi. — *Fusco-castaneus, subnitidus, griseo-pubescens; antennis articulis 2 et 3 quarto singulatim minoribus; prothorace subquadrato, punctato, angulis posticis brevibus acutis, parum distincte carinatis; elytris parallelis, parum convexis, punctato-striatis, apice flavo-quadrimaculatis; pedibus flavis.*

Long. 5 mill., lat. 1 1/2 mill.

Abyssinie.

Cette petite espèce se fait remarquer par son prothorax de forme carrée et les taches flaves de l'extrémité des élytres. La disposition mentionnée en première ligne est exceptionnelle, dans le genre, où l'on observe généralement un prothorax très conique. Elle a été trouvée par M. Raffray.

A. Klugi. — *Fusco-piceus, nitidus, dense pubescens; antennis castaneis, articulis 2 et 3 singulatim quarto brevioribus; prothorace transverso, apice fortiter arcuatim attenuato, dorso, præsertim lateribus, punctis umbilicatis crebre notato; angulis posticis acutis, tenuiter bicarinatis; elytris brevibus, punctato-substriatis, basi granulatis; pedibus castaneis.*

Long. 6 mill., lat. fere 2 mill.

Afrique équatoriale.

Beaucoup plus petit que le *granulipennis*, à la suite duquel il se place. Trouvé d'abord par M. Raffray au Zanguebar; j'en ai vu en outre deux spécimens du Gabon, communiqués par M. Desbrochers des Loges.

A. LIGNEUS. — *Fusco-niger, nitidus, pube fulva, longiuscula, obductus; fronte convexa, crebre punctata; antennis brunneis, articulo tertio quarto æquali; prothorace longitudine paulo latiore, a basi angustato, punctis umbilicatis parum profundis adsperso, angulis posticis valde carinatis; elytris brunneis, fortiter punctato-striatis, interstitiis granulatis; subtus cum pedibus brunneis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Gabon.

A. PECTORALIS. — *Fusco-niger, nitidus, parcius fulvo-pubescens; antennis brunneis; prothorace longitudine latiore, lateribus arcuato, sparsim punctato, angulis posticis retrorsum productis, fortiter carinatis; elytris brunneis, seriatim punctatis, vix striatis, lateribus leviter curvatis; subtus nitidus cum pedibus brunneis.*

Long. 8 mill., lat. $2^1/_2$ mill.

Gabon.

Même couleur que le précédent, mais plus large en proportion et moins fortement ponctué. Je les ai reçus tous deux de M. Desbrochers des Loges.

A. UNICOLOR. — *Sordide testaceus, opacus, pube subsericea concolore vestitus; fronte convexa, creberrime punctata; antennis concoloribus, articulo tertio quarto paulo breviore; prothorace longitudine latiore, apice fortiter angustato, punctis umbilicatis creberrimis obducto, angulis posticis parum carinatis; elytris thoracis latitudine, parallelis, apice conjunctim rotundatis, punctato-striatis, interstitiis subconvexis, crebre punctatis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Mindanao.

Presque identique avec notre *Portmidius fulvus*, seulement un peu plus gris et les antennes autrement conformées, quant à la longueur relative des premiers articles.

ÉLATÉRITES.

Drasterius æthiopicus. — *Crassiusculus, niger, parum nitidus, tenuiter pubescens; antennis rufo-testaceis ; prothorace longitudine paulo latiore, apice parum angustato, sat crebre punctato, angulis posticis distincte carinatis; elytris punctato-striatis, linea brevi basali punctisque quatuor ultra medium flavo-testaceis; prosterno rufo, pedibus flavis.*

Long. 5 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Abyssinie.

Taille du *bimaculatus* à la suite duquel il se place.

D. brevipennis. — *Brunneus, paulo nitidior, leviter pubescens; prothorace latitudine longiore, minus dense punctato, angulis posticis acute carinatis, scutello globoso; elytris ovalibus, prothorace haud duplo longioribus, fortiter punctato-striatis, interstitiis granulatis, brunneo-fuscis; subtus flavus metathorace abdomineque brunneis.*

Long. 5 mill., lat. 1 $^1/_4$ mill.

Abyssinie.

Cette espèce, caractérisée par la brièveté de ses élytres, provient, de même que la précédente, des récoltes de M. Raffray.

Elater violaceipennis. — *Rufus, nitidus, rufo-pubescens; antennis rufis ; prothorace longitudine latiore, sat crebre punctato, a basi arcuatim angustato, æqualiter convexo, angulis posticis retrorsum productis, indistincte carinatis; elytris thoracis lati-*

tudine, punctato-striatis, nigris, brunnescentibus, pubescentia rufa violaceo-tinctis ; subtus pedibusque læte rufis.

Long. 8 mill., lat. $2^1/_5$ mill.

Californie ; Mariposa.

L'espèce est très reconnaissable et sa place est auprès de l'*E. collaris* Say. J'en ai vu un spécimen, pris par Thévenet, dans la collection Oberthür.

E. Horni. — *Niger, parum nitidus, puberulus ; antennis crassis, fortiter serratis, articulis 2 et 3 minutis quarto conjunctim multo minoribus ; fronte convexa, crebre punctata ; prothorace longiusculo, apice arcuatim angustato, punctulato, angulis posticis carinatis, apice extrorsum flexis ; elytris fortiter punctato-striatis, dimidia parte antica rufis ; pedibus nigris.*

Long. 6 mill., lat. $1^1/_2$ mill.

Californie ; Mariposa.

Cette jolie espèce, très facilement reconnaissable à son système de coloration tout à fait unique dans le genre, a été trouvée par Thévenet. Elle se place à la suite de l'*E. Phelpsi.* Horn.

E. partitus. — *Niger, nitidus, fere glaber ; antennis articulis 2 et 3 conjunctim quarto paulo longioribus ; fronte parum extensa, sparsim punctata ; prothorace longitudine paulo latiore, rufo, sparsim punctulato, margine postico anguste nigro, angulis brevibus vix carinatis ; elytris longiusculis, parallelis, depressis, punctato-striatis, interstitiis subgranulatis, basi ultra medium rufo-flavis ; pedibus brunneis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Californie ; Sierra Nevada.

Comme forme, il se rapproche du *sinuatus* et de l'*erythro-*

gonus. La coloration jaune des élytres ne se termine pas carrément en arrière, mais obliquement de la suture au bord externe.

E. ASPERULUS. — *Ater, opacus, breviter et rude pilosulus; fronte convexa, rugosula; antennis brevibus, moniliformibus; prothorace latitudine longiore, parallelo, convexo, creberrime et rugose punctato, angulis posticis tenuiter carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis rugosis; pedibus obscuris.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^{3}/_{4}$ mill.

Australie.

Cette petite espèce se fait remarquer par son aspect opaque.

ELASTRUS SENEGALENSIS. — *Parallelus, fusco-testaceus, breviter fulvo-pubescens; antennis serratis, articulis 2 et 3 parvis, æqualibus; prothorace latitudine longiore, antice haud angustato, convexo, creberrime subtiliter punctato, angulis posticis bicarinatis, carina interna brevissima; elytris prothoracis latitudine, parallelis, punctato-striatis, interstitiis subgranulatis.*

Long. 12 mill., lat. 3 mill.

Sénégal; Cazamance.

Un *facies* d'*Heteroderes*, avec les tarses simples et sans double ponctuation au prothorax, tels sont les caractères qui classent cette espèce parmi les *Elastrus;* ceux-ci étant, comme on sait, conformés comme les *Monocrépidiites*, au quatrième article des tarses près.

MEGAPENTHES REEDI. — *Niger, pubescens, parum nitidus; antennis validis, ab articulo tertio acute serratis; prothorace conico, sanguineo, basi nigro, crebre punctato, angulis posticis carinatis; elytris latiusculis, depressis, punctato-striatis, interstitiis granulatis, apice integris; pedibus nigris.*

Long. 12 mill., lat. 2 $^{3}/_{4}$ mill.

Chili.

Cette jolie espèce, qui m'a été donnée par M. Reed, du Musée de Santiago, rappelle tout à fait notre *M. sanguinicollis*, mais elle est plus allongée.

M. FUNEBRIS. — *Opacus, niger, fulvo-pubescens; fronte apice acuminata; antennis nigris, articulis 2 et 3 parvis, æqualibus; prothorace latitudine longiore, fere parallelo, punctis umbilicatis parum profundis adsperso, interstitio punctorum subtiliter granulato, angulis posticis acutis, valde carinatis; elytris ferrugineis, profunde punctato-striatis, interstitiis granulatis, apice fere integris.*

Long. 11 mill., lat. 2 1/4 mill.

Chine centrale; Moupin.

Forme très remarquable du genre; à rapprocher des *M. lugens* et *rutilipennis*. J'en possède deux exemplaires provenant des réeoltes du P. David.

M. LONGUS. — *Linearis, brunneus, nitidus, rufo-pubescens; prothorace latitudine longiore, ultra medium parallelo, punctato, æquali, angulis posticis retrorsum productis, valde carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis antice granulatis.*

Long. 11 mill., lat. 2 1/4 mill.

Siam.

Voisin du *modestus*.

M. JOCOSUS. — *Ater, opacus, fere glaber; prothorace latitudine longiore, a basi sensim vel vix angustato, lateribus recto, medio subsulcato, punctis creberrimis æqualibus et umbilicatis adsperso, angulis posticis acute unicarinatis; elytris brunnescentibus, basi sanguineo-notatis, punctato-striatis, interstitiis convexis, granulatim punctatis; abdomine rufescente, pedibus rufis.*

Long. 12-14 mill., lat. 5 1/2 mill.

Malacca.

Cette belle espèce, qui se fait remarquer par son aspect glabre et noir, bien qu'en réalité il y ait quelques poils, se place à côté de l'*épitrotus*.

M. SONDANICUS. — *Brunneo-castaneus, sat dense brunneo-pubescens, parum nitidus; fronte antice medio carinata; prothorace latitudine paulo longiore, apice arcuatim angustato, convexo, punctato, punctis lateribus umbilicatis, angulis posticis carina, curva, acuta, longa notatis; elytris punctato-striatis, basi granulatis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^{3}/_{4}$ mill.

Java; Ardjoeno.

M. OCTOGUTTATUS. — *Niger, subnitidus, fusco-griseo-pilosulus; fronte convexa, rotundata; antennis articulo tertio secundo paulo longiore; prothorace longitudine haud latiore, apice arcuatim angustato, convexo, crebre et subtiliter punctato, angulis posticis retrorsum productis, sat tenuiter carinatis; elytris punctato-striatis, apice singulatim obtuse rotundatis, maculis octo flavis notatis.*

Long. 10 mill., lat. 2 $^{1}/_{4}$ mill.

Var. *a. Prothorace rufo.*

Chine centrale; Moupin.

L'une des plus jolies du genre. Rappelle certaines espèces américaines, telles que *caprella* et *stigmosus*, par son système de coloration, ou mieux encore une *Anthaxia*. Le prothorax varie du noir au rouge, et les taches jaunes des élytres peuvent disparaître en totalité ou en partie. Il provient des chasses du P. David.

M. BRASILIANUS. — *Flavo-rufescens, nitidus, flavo-pubescens; fronte obscura, crebre punctata; antennis articulo tertio sequenti æquali; prothorace conico, crebre punctato, angulis posticis vali-*

dis, bicarinatis; scutello nigricante; elytris a basi angustatis, punctato-striatis; subtus niger, pedibus flavis.

Long. 11 mill., lat. $2^{2}/_{3}$ mill.

Brésil.

Je possède deux exemplaires de cette espèce : l'un de Bahia, l'autre de Rio. C'est jusqu'ici le seul *Megapenthes* connu du Brésil.

Melanoxanthus ducalis. — *Longus, ligneo-luteus, pubescens; fronte nigra; antennis brevibus, nigris; prothorace latitudine multo longiore, a basi sensim attenuato, crebre punctato, vitta dorsali nigra postice abbreviata, angulis posticis retrorsum productis, bicarinatis; scutello nigro; elytris parallelis, subcylindricis, punctato-striatis, apice nigris et emarginatis; subtus pedibusque nigris.*

Long. 15 mill., lat. $2^{3}/_{4}$ mill.

Célèbes.

Belle et grande espèce à placer à côté des *promecus, bipartitus* et *variolosus.*

M. Lansbergei. — *Elongatus, niger, parum nitidus, brunneo-pubescens; antennis brevibus, nigris; fronte convexa, creberrime punctata; prothorace latitudine longiore, lateribus arcuato, crebre punctato, punctis umbilicatis, æqualiter convexo, angulis posticis retrorsum productis, acute carinatis, dorso vitta lata flava; elytris punctato-striatis, ad suturam depressis, basi granulatis et minus nitidis, apice emarginatis, vitta abbreviata basali maculaque rotundata ultra medium flavis; subtus flavus, abdomine apice nigro-marginato.*

Long. 12 mill., lat. $2^{3}/_{4}$ mill.

Sumatra, côte occidentale.

Cette jolie forme appartient au groupe dont le *melanocephalus* est le type. Je ne l'ai vue que dans la collection de M. de Lansberge.

M. FLORENSIS. — *Aurantiacus, parum nitidus, pubescens; fronte nigra, convexa, linea media elevata; antennis nigris; prothorace latitudine longiore, parum punctato, vitta dorsali angusta nigra, angulis posticis retrorsum productis, acute unicarinatis; elytris subgranulatis, punctato-striatis, apice emarginatis, nigris ad humeros aurantiacis; pedibus cum abdomine nigris.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Flores.

Même division que le précédent.

M. FILIFORMIS. — *Angustus, pubescens, flavus, capite, antennis basi excepta, scutello apiceque elytrorum nigris; fronte æqualiter convexa, punctata; prothorace latitudine paulo longiore, a basi sensim angustato, crebre punctato, angulis posticis retrorsum productis, acute carinatis; elytris punctato-striatis, apice vix emarginatis; subtus rufescens, pedibus flavis.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Célèbes.

A rapprocher du *melanocephalus*. Il se fait remarquer par son étroitesse.

M. ARDJOENICUS. — *Fuscus, pubescens; antennis brunneis; fronte punctis umbilicatis creberrimis adspersa; prothorace latitudine paulo longiore, a basi leviter angustato, dense punctato, punctis laterum umbilicatis, angulis posticis testaceis, validis, acutis, bicarinatis; elytris fortiter punctato-striatis, interstitiis granulatis, maculis quatuor oblongis testaceis; pedibus flavis.*

Long. 6 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Java; volcan Ardjoeno.

M. NIGRITULUS. — *Niger, nitidus, nigro-pubescens; fronte æqualiter convexa; antennis articulis triangularibus, secundo et tertio minutis, æqualibus; prothorace latitudine longiore, a basi sensim angustato, crebre subtilissime punctato, angulis posticis unicarinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis, punctatis, apice obtusis; pedibus nigris.*

Long. 5 mill., lat. 1 $^1/_4$ mill.

Java.

L'un des rares unicolores et à rapprocher du *morio*, mais plus étroit que ce dernier.

M. INAEQUALIS. — *Luteus, pubescens, antennis basi excepta, et elytrorum tertia parte postica nigris, fronte prothoraceque dense punctatis, hoc latitudine vix longiore, angulis posticis tenuiter carinatis; elytris punctato-striatis, punctis profundis, interstitio tertio paulo latiore, apice integris; abdomine obscuro.*

Long. 8 mill., lat. 1 $^1/_3$ mill.

Gabon.

Peu différent du *senegalensis*, à côté duquel il doit être placé.

M. DILATICOLLIS. — *Fusco-niger, opacus, brunneo-pubescens; prothorace latitudini longitudine subæquali, apice fortiter angustato, lateribus curvato, disco punctis umbilicatis creberrimis obducto, lateribus late testaceis, angulis posticis validis, carinatis, apice intus curvis; elytris prothorace paulo angustioribus, brunneis, fortiter punctato-striatis, interstitiis granulatis, versus suturam depressis, apice integris.*

Long. 12 mill., lat. 3 mill.

Queensland.

M. CUNEIFORMIS. — *Minutus, atro-subviolaceus, nigro-pubescens;*

antennis crassis, ab articulo quarto serratis; fronte lata, æqualiter convexa; prothorace subquadrato, convexo, punctato, punctis postice latioribus et umbilicatis, angulis posticis acutis, divaricatis; elytrice prothorace angustioribus, brevibus, cuneiformibus, punctato-striatis, basi granulatis, dorso testaceo-plagiatis.

Long. 5 mill., lat. 1 mill.

Australie; Nouvelle-Galles du Sud.

Petite espèce, facilement reconnaissable, du groupe du *subcylindricus*.

Observation. Lorsque les genres *Megapenthes* et *Melanoxanthus* ont été établis, ils ne renfermaient chacun qu'un petit nombre d'espèces, dont les *Megapenthes tibialis* et *lugens* d'une part, et le *Melanoxanthus melanocephalus*, de l'autre, constituaient des types suffisamment dissemblables. Aujourd'hui, qu'une quantité considérable d'espèces sont venues s'ajouter à ces premières, la distinction entre les deux genres est devenue absolument impossible et c'est d'une façon en quelque sorte arbitraire que j'attribue, aux formes nouvelles, tel ou tel de ces deux noms génériques.

Les *Megapenthes* ont en général les antennes plus filiformes que les *Melanoxanthus*. Ces derniers sont aussi généralement plus tachetés et de couleurs plus vives, mais il y a de nombreuses exceptions et je ne verrais nul inconvénient à ce que les deux genres fussent réunis en un seul, celui créé par Eschscholtz, auquel l'antériorité attribue des droits incontestables.

Je ferai observer, par contre, qu'il convient de distraire du *G. Elater*, deux espèces qui y ont été comprises, mais qui méritent de former des genres ou, si l'on veut, des sous genres distincts, ce sont les *E. insignitus* Frm, du Chili, et *coccineus* Cdz, de l'Inde. J'ai placé, dans ma collection, ce dernier sous le nom de *Parelater coccineus*, l'autre sous celui d'*Antitypus insignitus*.

HOMOTECHNES (nov. gen.).

Frons plana, rugosa, antice arcuatim marginata.

Antennæ articulo tertio majore, simplices, subserratæ.

Prosterni mucro rectus ; suturæ laterales rectæ, tenues, apice haud apertæ.

Mesosternum breviter horizontale.

Coxarum laminæ intus dilatatæ.

Tarsi longiusculi, simplices.

Genus sinense.

Cet ensemble de caractères font de l'insecte sur lequel le genre est fondé, l'une des formes les plus ambiguës.

Son front rebordé, bien que plat, l'éloigne des *Corymbitites* où son *facies* semblerait l'appeler. Il a des hanches de *Monocrépidiites*, mais en même temps des tarses tout à fait simples et allongés.

Outre ces particularités, son mésosternum, à bords horizontaux en arrière, l'éloigne des *Drasterius*, *Elastrus*, *Grammophorus*, pour le rapprocher toutefois d'un autre genre d'*Élatérite*, celui d'*Ypsilostethus*, à côté duquel je me décide à le placer.

H. CORYMBITOÏDES. — *Latiusculus, niger, nigro-pubescens, subnitidus, depressus; fronte plana, rugosa, marginata; antennis articulo primo antice rufo, secundo minore, tertio quarto æquali; prothorace sulcato, lateribus late rufo, plano, angulis posticis longe carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis punctatis, convexis; subtus læte rufus, prosterno nigro, pedibus flavis, geniculis tarsisque obscuris.*

Long. 13 mill., lat. 3 $^{1}/_{2}$ mill.

Chine centrale; Moupin.

Des récoltes du P. David, et l'une des plus remarquables

parmi les trouvailles entomologiques de ce zélé explorateur. L'espèce a le *facies* d'un *Corymbites*, et tout spécialement, grâce à la coloration, du *C. lateralis* Lec. de l'Orégon.

POMACHILIITES.

Deromecus carinatus. — *Brunneus, parum nitidus, pubescens; antennis paulo pallidioribus, articulis secundo et tertio æqualibus; prothorace latitudine paulo longiore, basi angustato, creberrime punctato, medio longitrorsum carinato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris striis fortiter punctatis; pedibus rufo-brunneis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Chili.

Appartient à la première section. Il est bien reconnaissable à la carène du prothorax.

D. tumidus. — *Parallelus, brunneus, subnitidus, pubescens; antennis nigris, breviusculis, articulo secundo tertio longitudine æquali; prothorace latitudine paulo longiore, parallelo, convexo, medio sulcato, crebre punctato, angulis posticis retrorsum productis, carinatis; elytris thoracis latitudine, parallelis, subcylindricis, punctato-substriatis, interstitiis planis, basi tantum granulatis; tarsis normalibus.*

Long. 12 mill., lat. $2\,^{3}/_{4}$ mill.

Chili.

Facies d'*Agriotes*. Il prend rang à la suite du précédent, dans la première section.

D. tenuicollis. — *Angustus, brunneo-testaceus, tenuiter pubescens; antennis articulo secundo tertio longiore; prothorace*

latitudine longiore, subcylindrico, creberrime punctato, angulis posticis acutis, carinatis; elytris prothorace latioribus, tenuiter punctato-striatis; interstitiis granulatis; subtus pedibusque concoloribus.

Long. 7 mill., lat. 1 $^{3}/_{4}$ mill.

Chili.

Il doit se ranger dans la troisième section, ses tarses ayant leur quatrième article assez développé.

D. ANCHASTINUS. — *Brunneo-testaceus, parum nitidus, pubescens; antennis articulo secundo tertio paulo longiore; prothorace longitudine latiore, a basi leviter angustato, creberrime punctato, angulis posticis brevibus, carinatis; elytris thoracis latitudine, punctato-striatis, interstitiis granulatis; tarsis articulis 1-4 sensim decrescentibus.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^{3}/_{4}$ mill.

Chili.

Tournure d'*Anchastus*. Même section que le précédent.

D. CERVINUS. — *Brunneo-testaceus, parum nitidus, dense cervino pubescens; antennis articulo secundo vix tertio longiore, conjunctim quarto longioribus; prothorace quadrato, versus basin paulo coarctato, confertissime punctato, medio sulcato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris prothorace latioribus, punctato-striatis, interstitiis crebre punctatis; tarsis articulis normaliter 1-4 decrescentibus.*

Long. 15 mill., lat. 5 $^{1}/_{3}$ mill.

Chili.

Voisin du *vulgaris*. Tournure d'un très grand *Synaptus filiformis*. Remarquable, entre tous, par la densité de sa pubescence qui lui communique sa couleur.

Betarmon anatolicus. — *Niger, subopacus, fulvo-pilosulus; fronte valde convexa, rugosa, antice angustissime marginata; antennis longis, serratis, brunneis; prothorace latitudine longiore, parallelo, crebre punctato; elytris prothorace paulo latioribus, depressis, punctato-striatis, interstitiis subgranulatis, maculis quatuor magnis fulvo-testaceis; tibiis tarsisque rufo-testaceis.*

Long. 6 mill., lat. 1 $^1/_4$ mill.

Smyrne.

Tournure du *bisbimaculatus,* mais plus déprimé. Les taches des élytres en couvrent presque toute sa surface.

B. Sharpi. — *Fuscus, parum nitidus, leviter pubescens; antennis fuscis, basi pallidis, articulis 2 et 3 parvis, angustioribus, fere æqualibus; fronte margine antico porrecta, rufescente; prothorace latitudine multo longiore, basi apiceque angustato, crebre punctato, angulis posticis divaricatis, gracilibus, pallidis; elytris prothorace latioribus, profunde punctato-striatis, vitta laterali postice dilatata flava; pedibus pallide flavis.*

Long. 4 mill., lat. $^5/_4$ mill.

Nouvelle-Zélande.

Cette petite espèce, bien caractérisée, n'est pas mentionnée dans le travail de M. Sharp.

Observation. Malgré une analogie de *facies* évidente, j'ai fait entrer dans ce genre l'*Agriotes scapulatus* que j'avais autrefois comparé et associé à l'*Agr. picipennis.* Ce dernier a le front conformé comme chez tous les *Agriotes,* tandis que le *scapulatus* a cette pièce complètement, bien que finement, rebordée en avant. Il me paraît, en conséquence, mieux placé parmi les *Betarmon.*

Smilicerus zonatus. — *Elongatus, niger, dense pubescens;*

antennis nigris articulo ultimo flavo; prothorace latitudine longiore, lateribus rufescentibus, aureo-pubescentibus; elytris prothorace latioribus, punctato-striatis, rufo-luteis, fascia media apiceque nigris.

Long. 12 mill., lat. 2 mill.

Bogota.

Jolie espèce, très distincte des deux autrefois décrites.

CRYPTOHYPNITES.

Cryptohypnus davidianus. — *Niger, parum nitidus, griseo-pubescens; fronte lata, convexa, creberrime punctata; antennis brunneis; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, lateribus arcuato, rugose punctulato, linea media elevata, angulis posticis tenuibus, carinatis; elytris punctato-striatis, fuscis, macula humerali testacea; pedibus flavis, femoribus obscurioribus.*

Long. 3 $^1/_2$ mill., lat. 1 $^1/_5$ mill.

Chine centrale; Moupin.

A rapprocher du *C. quadrillum* du Japon ou de notre *C. quadrimaculatus*. Il a été découvert par le P. Armand David.

C. Oberthüri. — *Testaceus, nitidus, pubescens; fronte æqualiter convexa, paulo obscuriore; antennis testaceis; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, subtiliter punctato, angulis posticis carinatis; elytris punctulatis non striatis, sutura fasciaque media obscuris; subtus pedibusque testaceis.*

Long. 2 mill., lat. $^2/_3$ mill.

Nouvelle-Grenade.

L'exemplaire que je possède provient de Honda, sur la Mag-

dalena, non loin de Bogota. A rapprocher des *æqualis*, *nivalis*, etc.

C. ATOMARIUS. — *Niger, nitidus, griseo-pubescens; fronte lata, convexa, antice acuminata; antennis obscuris; prothorace transverso, convexo, parce punctato, angulis posticis longe carinatis, carina postice incurva marginem anticam attingente; elytris vage subsulcatis; pedibus flavis.*

Long. 2 mill., lat. $^1/_2$ mill.

Himalaya; Darjecling.

Très petite espèce, de la même section que le *minutissimus* et très voisin de ce dernier, mais proportionnellement plus étroit.

C. ÆQUALIS. — *Piceus, nitidus, pubescens; fronte leviter impressa; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, angulis posticis vix productis, breve et fortiter carinatis; scutello subtransverso; elytris æqualibus, nitidis, haud striatis, punctulatis, vage rufo-maculatis; antennis pedibusque testaceis.*

Long. $2\,^1/_2$ mill., lat. $^1/_5$ mill.

Uruguay.

Très voisin du *nivalis*, du Chili, et qui ne mériterait même pas d'en être distrait, n'étaient son pays d'origine et la forme constamment plus large de son prothorax. J'en possède plusieurs exemplaires.

PSEUDICONUS (nov. gen.).

Frons impressa, parum extensa, margine antico brevi, circulari, distincta.

Antennæ filiformes, sparsim ciliatæ.

Prosternum latum, convexum, suturis lateralibus angustis, extus arcuatis.

Mesosternum triangulare, haud prominulum.
Laminæ coxales angustissimæ, intus sensim dilatatæ.
Tarsi simplici, articulis 1-4 gradatim brevioribus.
Genus chilense.

Genre des plus insignifiants quant aux détails des pièces principales. Le front rebordé, l'étroitesse des hanches postérieures, les tarses simples, les ongles sans dents, l'écusson de forme ordinaire, le classeraient dans les *Athoïtes*, si son prosternum large, à sutures latérales manifestement courbes avec convexité en dehors, enfin un certain *facies*, ne l'appelaient de préférence dans les *Cryptohypnites*, où il constitue une forme intermédiaire entre cette dernière tribu et celle que je viens de citer.

Je l'établis sur l'espèce suivante dont je possède plusieurs exemplaires, qui m'ont été donnés par M. Reed.

P. MENDAX. — *Testaceus, parum nitidus, fulvo-pilosulus, pilositate irregulariter disposita; antennis brevibus, articulis 2 et 3 parvis æqualibus, sequentis conjunctim longitudine; prothorace latitudine haud longiore, angulis exceptis vage rotundato, convexo, subsulcato, tenuiter punctulato, angulis posticis fere indistincte carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis punctulatis; subtus nitidior.*

Long. 9-10 mill., lat. 2 mill.

Santiago, du Chili.

Je l'ai placé, dans la tribu, comme forme aberrante et ambiguë.

CARDIOPHORITES.

CARDIOPHORUS MICROCEPHALUS. — *Niger, parum nitidus, incondite fusco-puberulus; fronte angusta; antennis crassis, maris longioribus, serratis, nigris; prothorace latitudine haud longiore,*

basi apiceque angustato, crebre subinæqualiter punctato, sulcis basalibus brevibus; elytris fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatissimis; pedibus nigris, unguiculis simplicibus.

Long. $5\,^1/_2$-$6\,^1/_2$ mill., lat. $1\,^1/_5$-$1\,^4/_5$ mill.

Maroc.

Cette petite espèce, toute noire, se distingue bien par l'étroitesse du front et la dimension relativement forte des antennes, surtout chez le mâle, en outre par sa pubescence brunâtre-fauve et peu régulièrement disposée. La couleur des téguments est parfois teintée de bronzé.

C. INFLATUS. — *Niger, nitidus, griseo-pubescens; antennis nigris; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, lateribus arcuato, convexo, basi sulcato, creberrime æqualiter punctulato, sulcis basalibus distinctis; elytris latis, punctato-striatis, interstitiis convexiusculis; pedibus nigris, geniculis tarsisque brunneis; unguiculis simplicibus.*

Long. 12 mill., lat. $5\,^1/_2$ mill.

Mandchourie.

Facies d'un énorme *asellus*. Les ongles simples le placent près de ce dernier, dans la première section.

C. ERYTHRURUS. — *Niger, parum nitidus, incondite pubescens; antennis nigris; prothorace latitudini longitudine æquali, basi apiceque æqualiter angustato, subinæqualiter punctulato, angulis posticis obtusis; elytris fortiter punctato-striatis, acuminatis, apice rubro-tinctis, interstitiis postice subcarinatim elevatis; pedibus rufis, unguiculis tarsorum simplicibus.*

Long. 7 mill., lat. 2 mill.

Chine centrale; Moupin.

La tache rougeâtre et plus ou moins apparente de l'extrémité

des élytres semble être une décoloration, et j'aurais craint de la mentionner au nombre des caractères, si elle ne se voyait chez une demi-douzaine d'exemplaires que je possède, éloignant ainsi l'idée qu'elle n'est qu'accidentelle.

C. ANGULARIS. — *Niger, parum nitidus, pilosulus; antennis nigris; prothorace latitudine paulo longiore, parallelo, tumido, crebre punctis umbilicatis parum profundis adsperso, angulis posticis retrorsum productis, obtusis. rufis; elytris prothoracis latitudine, parallelis, brevibus, fasciis duabus flavis notatis, antica abbreviata; pedibus rufis, unguiculis simplicibus.*

Long. 5 ½ mill., lat. 1 ½ mill.

Zanzibar.

Ce *Cardiophorus* a la tournure de certains *Melanoxanthus* de la Malaisie. Les fascies antérieures sont raccourcies en dedans et n'atteignent pas la suture. Il se place non loin des *lætus* et *histrio*.

C. JOCOSUS. — *Niger, parum nitidus, pubescens; antennis obscuris; prothorace subquadrato, basi apiceque parum angustato, punctis umbilicatis latis et parum impressis notato, sulcis basalibus indistinctis; elytris punctato-substriatis, parum elongatis, depressis, macula humerali reniformi fasciaque ultra medium obliqua, pallide rufis, albo-pubescentibus; pedibus rufis, femoribus nigris, unguiculis simplicibus.*

Long. 5 mill., lat. 1 ½ mill.

Abyssinie.

Jolie espèce facilement reconnaissable, qui provient, comme les suivantes, des récoltes de M. Raffray.

C. FOLLICULUS. — *Brevis, fusco-brunneus, pubescens; antennis brevibus, flavis; prothorace longitudine latiore, basi apiceque*

angustato, punctis umbilicatis, superficialibus, parum distincte notato, sulcis basalibus obliquis, longis, angulis posticis carinatis; elytris profunde punctato-striatis, interstitiis valde convexis; pedibus flavis, unguiculis simplicibus.

Long. 5 mill., lat. $1\,^1/_5$ mill.

Zanzibar.

Il rappelle le *C. exaratus*.

C. GAGATINUS. — *Nigerrimus, nitidus, obscuro-pubescens; antennis fuscis, basi rufescentibus; prothorace longitudine latiore, basi apiceque angustato, convexo, æquali, inæqualiter punctato, sulcis basalibus brevissimis; elytris prothoracis latitudine, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis; pedibus obscuris.*

Long. 7-8 mill., lat. 2 mill.

Abyssinie.

Il a les ongles simples et son aspect est celui de notre *atramentarius*.

C. RUDIS. — *Niger, opacus, sordide pilosulus; antennis brunneis; prothorace latitudini longitudine æquali, basi apiceque angustato, convexo, inæqualiter punctato, sulcis basalibus longiusculis, obliquis; elytris fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, apice elevatis, rugosis; subtus nitidior, pedibus rufo-brunneis.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Nubie.

L'aspect opaque et comme terreux est ce qui caractérise principalement cette espèce, que ses ongles simples classent dans la première section.

C. DAVIDIANUS. — *Brunneo-fuscus, subnitidus, breviter pubes-*

cens; prothorace latitudine longiore, basi apiceque augustato, æqualiter convexo, creberrime, tenuissime, subinæqualiter punctulato, sulcis basalibus brevibus; elytris punctato-striatis, interstitiis haud elevatis, apice attenuatis; subtus rufescens, tarsis unguiculis dentatis.

Long. 10 mill., lat. 3 mill.

Chine centrale; Moupin.

Aspect du *C. fastidiosus*. Ses ongles manifestement dentés le placent dans la seconde section. A classer à côté du suivant.

C. DEVIUS. — *Elongatus, brunneus, cinereo-pubescens; prothorace latitudine longiore, basi apiceque augustato, crebre subtilissime punctato, sulcis basalibus bene definitis; elytris prothorace paulo latioribus, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis apice validioribus; subtus pedibusque concoloribus; tarsorum unguiculis dentatis.*

Long. 10 mill., lat. $2\,^1/_5$ mill.

Chine centrale; Moupin.

Il a tout à fait perdu le *facies* des *Cardiophorus* européens, pour prendre celui de certains *Horistonotus* d'Amérique, par exemple, *exoletus* ou *acutipennis*. Sa place est dans la seconde section, à côté des *C. oxypterus*, etc. Il a été rapporté, ainsi que le précédent, par le P. David.

C ACUMINATUS. — *Brunneus, pruinose griseo-pilosulus; fronte antice rufescente, angulata; prothorace latitudine longiore, medio paulo latiore, convexo, punctulato, sulcis baseos brevibus sed distinctis; elytris prothorace latioribus, lateribus arcuatis, profunde punctato-striatis, apice subacuminatis; antennis pedibusque flavis; abdomine apice rufescente; unguiculis dentatis.*

Long. 6 mill., lat. $1\,^1/_4$ mill.

Cafrerie.

Il a aussi les ongles dentés. Sa taille est moindre et il rappelle, par sa tournure, les *Triplonychus* américains.

C. Burdoi. — *Niger, parum nitidus, fulvo-pubescens; prothorace latitudine paulo longiore, basi apiceque leviter angustato, æqualiter convexo et punctato, sulcis baseos nullis, angulis posticis parum prominulis, apice obtusis; elytris prothoracis basi paulo latioribus, postice attenuatis, striis sat fortiter punctatis, apice subacuminatis; subtus niger, nitidior, pedibus apice brunnescentibus, unguiculis dentatis.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Usagara.

Cette petite espèce, trouvée par M. Burdo, à qui je la dédie, se distingue par ses onglets dentés, caractère peu commun chez les *Cardiophorus* d'Afrique.

C. Usagaræ. — *Niger, nitidior, pubescens; prothorace latitudine longiore, basi apiceque vix angustato, sat fortiter et subinæqualiter punctato, sulcis baseos nullis, angulis posticis longiusculis; elytris prothorace paulo longioribus, postice regulariter attenuatis, fortiter punctato-striatis, brunneo-nigris; subtus niger, pedibus fuscis, tarsis brunneis, unguiculis valde dentatis.*

Long. 8 mill., lat. 1 $^3/_4$ mill.

Usagara.

Reproduit la forme générale de la précédente et a, comme elle, les onglets fortement dentés; mais elles s'en distingue très bien par la ponctuation du prothorax, indépendamment de la couleur des élytres. J'en dois la connaissance à M. Ancey.

C. ligneus. — *Brunneo-castaneus, unicolor, griseo-pubescens; prothorace subquadrato, convexo, subtiliter et dupliciter punctato, sulcis basalibus fere indistinctis, angulis posticis breviter cari-*

natis; elytris prothorace paulo latioribus, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis; subtus obscurior, pedibus castaneis, tarsis simplicibus, subtus fortiter villosis; unguiculis valde dentatis.

Long. 12 mill., lat. 5 mill.

Madagascar.

Cette espèce, qui est du pays des *Cardiotarsus*, en a l'apparence, mais le quatrième article de ses tarses n'est pas cordiforme. Elle appartient à la seconde section.

C. COMPACTUS. — *Niger, subnitidus, tenuiter griseo-pubescens; antennis obscuris, basi rufis; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, æquali, disco æqualiter sat crebre punctato; elytris prothorace paulo latioribus, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis; pedibus rufis, unguiculis basi crassiusculis, sed non dentatis.*

Long. $4^{3}/_{4}$ mill., lat. $1^{1}/_{4}$ mill.

Australie; Melbourne.

Il a l'aspect d'une de nos espèces noires d'Europe, mais il est beaucoup plus petit.

C. DESPECTUS. — *Brunneo-niger, nitidus, tenuiter pubescens; fronte antennisque rufescentibus; prothorace longitudine paulo latiore, basi apiceque parum angustato, subtilissime vix visibiliter dupliciter punctulato; elytris striis fortiter punctatis, interstitiis convexis, lateribus rufescentibus; pedibus testaceis, unguiculis ?.*

Long. $5^{1}/_{4}$ mill., lat. $1^{1}/_{3}$ mill.

Australie; Melbourne.

Je n'ai pu voir si les ongles sont dentés ou non, le seul exemplaire que je possède en étant dépourvu. Je présume toute-

fois, vu l'analogie qu'il présente avec le *consputus*, qu'il a les crochets conformés de la même façon.

Horistonotus basilaris. — *Niger, nitidus, griseo-pubescens ; prothorace latitudine longiore, parum convexo, subinæqualiter punctulato, angulis quatuor rufescentibus ; elytris ellipticis, punctato-striatis, interstitiis apice paulo elevatis, basi macula oblonga, rufa, arcuata ; pedibus testaceis.*

Long. 6 mill., lat. 1 1/3 mill.

Para.

Dans les premières espèces du genre. Je l'ai vue dans la collection de M. Desbrochers des Loges.

H. rufiventris. — *Brunneus, parum nitidus, pubescens ; antennis rufescentibus ; prothorace longitudine vix latiore, basi apiceque angustato, lateribus æqualiter arcuato, creberrime subtiliter et dupliciter punctato ; elytris fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, apice carinatis ; subtus pedibusque rufescentibus.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Guatemala.

Voisin de l'*exoletus*, mais plus court.

H. pedestris. — *Badius, subnitidus, incondite pubescens ; antennis longiusculis ; prothorace latitudini longitudine æquali, basi apiceque parum angustato, sparsim inæqualiter et tenuiter punctato ; elytris prothorace latioribus, punctato-striatis, interstitiis imparibus apice paulo elevatis ; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 8 mill., lat. fere 2 mill.

Guatemala.

Je le place également près de l'*exoletus*.

H. Arechavaletæ. — *Elongatus, fusiformis, brunneus, pubescens; antennis fulvis; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque parum angustato, dupliciter punctato, margine antico rufo; elytris prothorace latioribus, apice acuminatis, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, fulvescentibus; pedibus flavis, unguiculis longis, dentatis.*

Long. 7 mill., lat. 1 $^1/_2$ mill.

Uruguay.

J'en dois la connaissance à M. Arechavaleta, à qui je le dédie.

H. minimus. — *Brunneo-niger, nitidus, incondite sat longe griseo-pubescens; antennis crassiusculis, obscuris; prothorace latitudine breviore, apice leviter angustato, sparsim punctato; elytris prothorace latioribus, punctato-substriatis, interstitiis planis.*

Long. 2 mill., lat. $^2/_3$ mill.

Brésil; Rio.

Très petit de taille et comparable au seul *exiguus*, mais de patrie autre et différemment coloré.

Esthesopus apicatus. — *Niger, subnitidus, griseo-pubescens; antennis rufo-testaceis; prothorace longitudine leviter latiore, basi vix apice magis angustato, deplanato, subtilissime dupliciter punctulato; elytris striatis, striis fortiter, extùs præcipue, punctatis, quarta parte postica rufo-testaceis; abdomine rufo, pedibus testaceis.*

Long. 8 mill., lat. 2 $^1/_4$ mill.

Mexique.

Forme de l'*hepaticus*, mais bien distinct et caractérisé par la coloration du bout des élytres.

E. bellus. — *Testaceus, nitidus, flavo-pilosulus; antennis*

longiusculis ; prothorace longitudine paulo latiore, lateribus arcuato, disco æqualiter convexo, subtillissime punctato, vitta media nigra ; elytris punctato-striatis, fascia media extus dilatata et versus scutellum flexa, nigra, ornatis, apice nigricantibus.

Long. 4 mill., lat. 1 $^{1}/_{3}$ mill.

Amazones ; Ega. (Coll. Oberthür.)

MÉLANOTITES.

Diploconus nigripennis. — *Sanguineus, nitidus, nigro-pilosus ; fronte porrecta ; antennis nigris ; prothorace latitudine paulo longiore, a basi angustato, sparsim punctato, medio sulcato, angulis posticis bicarinatis ; elytris nigris, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis, apice integris ; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 13 mill., lat. 3 $^{1}/_{4}$ mill.

Sumatra ; Kepahiank.

Très jolie espèce qui se fait remarquer par ses élytres plus fortement striées que chez les espèces analogues. Je l'ai vue dans la collection de M. de Lansberge.

D. umbilicatus. — *Brunneo-niger, parum nitidus, pubescens ; fronte fortiter punctata ; prothorace conico, punctis umbilicatis dense obducto, medio sulcato, angulis posticis acute bicarinatis ; elytris profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis, apice integris.*

Long. 12 mill., lat. 3 mill.

Java oriental ; Ardjoeno.

Bien caractérisé par la forte ponctuation ombiliquée du prothorax. Je le dois à M. de Lansberge. Un exemplaire des îles Sanghir, plus grand, plus fort dans toutes ses parties, ne diffère pas autrement de cette espèce.

D. BARBUS. — *Fusco-brunneus, submitidus, pubescens; antennis paulo pallidioribus; prothorace latitudine parum longiore, a basi angustato, lateribus recto, parum convexo, crebre punctato, angulis posticis bicarinatis, carina exteriore longiuscula; elytris subtiliter punctato-striatis, interstitiis punctatis, apice integris; subtus nitidior, pedibus rufo-brunneis.*

Long. 12 mill., lat. 2 1/2 mill.

Célèbes; Menado.

Très proche voisin du *D. ciprinus*, commun aux Philippines, mais cependant il convient de l'en distinguer, à cause de son corselet plus court et de la carène externe des angles postérieurs de ce dernier, notablement plus longue que l'interne, ce qui n'a pas lieu chez le *ciprinus*.

MELANOTUS DESBROCHERSI. — *Niger, nitidus, parum convexus, griseo-pubescens; antennis rufescentibus, articulis 2 et 3 minutis æqualibus; prothorace latitudine haud longiore, dorso æquali, crebre punctato, lateribus crebrius, angulis posticis brevibus, carinatis; elytris striis tenuibus punctatis, interstitiis punctatis; subtus nitidus brunnescens, pedibus brunneis.*

Long. 12-13 mill., lat. 3-3 1/4 mill.

Açores.

Cette espèce, dont j'ai vu les deux sexes, ne présente pas de caractères saillants, à proprement parler, mais elle diffère assez de toutes les espèces européennes pour qu'on ne puisse la rapporter à aucune d'elles. Son habitat spécial m'autorise à la décrire sous un nom spécifique particulier et je la dédie à M. Desbrochers des Loges, dans la collection de qui je l'ai vue.

La présence d'un *Melanotus* dans des îles généralement peuplées de formes du nouveau continent, brésiliennes même, alors que l'Amérique du Sud n'en présente pas un seul, est un fait digne d'être noté.

M. INCALLIDUS. — *Parallelus, niger, parum nitidus, incondite fusco-pilosulus; antennis brunneis, articulo tertio secundo paulo longiore; fronte rugose punctata; prothorace longitudine latiore, parum convexo, fortiter punctato, medio late sulcato, angulis posticis fortiter unicarinatis; elytris longiusculis, parallelis, punctato-substriatis, interstitiis planis; pedibus brunneis.*

Long. 15 mill., lat. 3 $^{3}/_{4}$ mill.

Assam.

Tournure du *castanipes*, d'Europe, et peu différent si ce n'est, entre autres, par les stries des élytres moins fortes.

M. BREVIS. — *Rufo-ferrugineus, nitidus, grisco-pilosus; fronte impressa, fortiter punctata; antennis serratis, articulis 2 et 3 minutis quarto conjunctim longioribus; prothorace longitudine latiore, apice arcuatim angustato, sparsim punctato, lateribus punctis densioribus et umbilicatis, angulis posticis retrorsum productis, extus fortiter carinatis; elytris brevibus, seriatim punctatis, striis versus suturam evanescentibus; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 9 mill., lat. 2 $^{3}/_{4}$ mill.

Cochinchine.

Il provient de l'ancienne collection Monchicourt. Sa place est à côté de l'*egens*.

M. CARBONARIUS. — *Niger, nitidus, pallide pilosus; antennis breviusculis, articulis 3 secundo paulo longiore, duobus quarto æqualibus; prothorace latitudine haud longiore, apice angustato, fortiter punctato; elytris apice arcuatim angustatis, fortiter punctato-striatis, interstitiis basi paulo elevatis; pedibus castaneis.*

Long. 12 mill., lat. 5 mill.

Chine; Woo-Sang.

M. SCIURUS. — *Niger, parum nitidus, dense griseo-pilosulus; antennis castaneis, articulo tertio secundo paulo longiore, quarto conjunctim æqualibus; prothorace latitudini longitudine æquali, parum convexo, creberrime et fortiter punctato, punctis versus latera confluentibus, angulis posticis fortiter et longe carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis planis punctatis; pedibus subtus castaneis.*

Long. 15 mill., lat. 4 mill.

Chine.

Cette espèce a été rapportée par le P. A. David. Elle a l'apparence de nos espèces européennes et se place, ainsi que la précédente, à leur suite.

Sa ressemblance avec le *ventralis* est aussi très grande, mais elle n'a pas l'abdomen rouge.

M. NUCEUS. — *Elongatus, brunneus, sat confertim griseo-pilosulus; fronte biimpressa, fortiter punctata; antennis rufescentibus, articulis 2 et 3 parvis, quarto conjunctim brevioribus; prothorace latitudine longiore, parum convexo, æquali, fortiter et dense, lateribus confluenter et rugose punctato, angulis posticis longe carinatis; elytris profunde punctato-striatis, basi anguste sulcatis; subtus pedibusque rufo-brunneis.*

Long. 18 mill., lat. 4 ½ mill.

Chine centrale; Moupin.

Comparé au *propexus*, auprès duquel il se place, sa couleur diffère; son prothorax est plus allongé et plus ponctué, ainsi que les élytres dont les stries, fortes dans toute leur longueur, se transforment, vers la base, en sillons profonds.

Elle fait partie des récoltes du P. David; j'en ai vu une demi-douzaine de spécimens.

M. ARCTUS. — *Fusiformis, angustus, niger, griseo-pilosulus; fronte antice arcuata, fortiter punctata, distincte biimpressa;*

antennis rufescentibus, articulis 2 et 3 minutis, conjunctim quarto brevioribus; prothorace latitudini longitudine æquali, antice angustato, parum convexo, fortiter, latitudine crebrius et vermiculatim punctato, angulis posticis leviter carinatis; elytris fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis; pedibus rufis.

Long. 11 mill., lat. $2^{1}/_{3}$ mill.

Chine centrale; Moupin.

Petite espèce de forme régulière, trouvée par le même missionnaire naturaliste. Elle se place à côté des précédentes.

ATHOÏTES.

Athous jocosus. — *Fusco-brunneus, parum nitidus, fulvo-pubescens; antennis longis, ab articulo tertio fortiter serratis, fusco-brunneis; fronte punctata, antice triangulariter excavata; prothorace latitudine longiore, a basi sensim attenuato, crebre punctato, punctis lateralibus umbilicatis, angulis posticis obtusis, extus carinatis, rufis; scutello brevi; elytris rufo-testaceis, profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, subgranulatis, subtus fuscus, pedibus brunneis.*

Long. 10 mill., lat. 2 mill.

Amur.

De la section des *mutilatus, excavatus, lætus,* etc. Se rapproche de ce dernier, notamment, du même pays, mais en diffère par la coloration.

PYROPHORITES.

Pyrophorus scintillula. — *Minutus, brunneus, nitidus, breviter pubescens; antennis articulo tertio quarto breviore; oculis (♂) prominulis, intervallo valde canaliculato; prothorace longitudine paulo latiore, depresso, sparsim tenuiter punctato, medio rufes-*

cente, maculis vesicularibus magnis, posticalibus, angulis posticis acutis carinatis ; elytris brevibus, fortiter punctato-striatis, interstitiis convexis, margine prominulo.

Long. 8 mill., lat. 2 1/4 mill.

Para.

Très petite espèce offrant des caractères qui la distinguent aisément des autres. Elle doit se placer dans la cinquième section, à côté des *nictitans* et *fulgurans*. J'en dois la connaissance à M. Desbrochers des Loges.

P. TRINOTATUS. — *Rufo-testaceus, nitidus, leviter pubescens; fronte rugosa, impressa, basi nigricante; antennis articulo tertio triangulari, quarto æquali, nigris, basi rufis; prothorace latitudini longitudine æquali, subquadrato, vittis abbreviatis tribus parallelis, nigris, vesiculis luminosis destituto; elytris tenuiter punctato-striatis, sutura margine lateralique postice nigris.*

Long. 25-33 mill., lat. 7-9 mill.

Brésil.

Cette grande espèce, jaune-rougeâtre, ornée de noir, et qui rappelle tout à fait les *Semiotus* ou l'*Hemirrhipus trilineatus*, ne peut être distraite des *Pyrophorus*, malgré l'absence des vésicules lumineuses habituelles chez ces insectes.

J'ai cherché en vain, de même que pour l'espèce suivante, quelque caractère qui me permît d'en faire un genre à part; mais, sauf la couleur, ce n'est autre qu'un *Pyrophorus* dont la place, déterminée par la conformation des antennes, est dans la quatrième section, à côté du *perspicillatus*.

L'insecte est connu depuis longtemps et le nom spécifique est de Dejean, qui l'avait placé, ne sachant évidemment qu'en faire, dans ses *Oophorus*, véritable magasin d'espèces. A leur propos il n'est pas superflu de rappeler ce que dit Lacordaire, dans le tome IV, page 191 (*note*), de son Genera :

« On peut se faire une idée de l'état dans lequel se trouve la

classification des Élatérides dans les collections, en voyant comment Dejean avait composé ce genre *Oophorus* dans la sienne. Germar, qui l'a eue entre les mains, nous apprend (*Zeitschr.*, V, p. 156) que les *O. elegans* et *amœnus* sont des *Aeolus;* les *blandus, dilectus, gentilis*, des *Monocrepidius;* le *bistrigatus* un *Dolopius;* le *delicatulus* un *Ampedus;* enfin que les *trinotatus* (c'est celui dont il est ici question) et *quadrilineatus* appartiennent à un genre à faire. Il en est à peu près de même pour la plupart des espèces exotiques de la famille, dans toutes les collections qui me sont passées sous les yeux. »

J'ajouterai qu'à l'époque où je m'occupais de la *Monographie des Élatérides*, j'ai hésité sur sa véritable place, et voilà comment il se fait qu'il n'a pas été décrit alors. Il est bon de dire, à la vérité, qu'il est d'une excessive rareté, ne se voit que dans fort peu de collections et que je ne l'ai revu que dans ces derniers temps.

P. NOTATISSIMUS. — *Ruber, parce pilosus, parum nitidus; antennis brevibus, articulo tertio quarto æquali; prothorace subquadrato et latitudine paulo longiore, parum convexo, creberrime fortiter et inæqualiter punctato, disco nigro, vesiculis luminosis destituto; elytris punctato-striatis, apice oblique nigris, metathorace abdomineque nigris.*

Long. 30 mill., lat 8 mill.

Surinam.

A côté du précédent et même observation que pour lui.

PARAPHILEUS (nov. gen.).

Frons concava, antice non marginata; mandibulæ apice obtusæ, emarginatæ.

Antennæ breves, serratæ, articulis secundo et tertio minutis.

Prothorax, vesiculis luminosis destitutus, elythraque lata.

Prosternum lobatum et mucronatum, suturis lateralibus rectis, simplicibus.

Mesosternum declive.

Laminæ coxales posticæ intus parum dilatatæ.

Pedes mediocres, tarsis simplicibus, crassiusculis, articulis 3 et 4 subtus breviter dense pilosis.

Genus Americæ tropicalis.

Cette formule peut s'appliquer à tout *Pyrophorus* non lumineux et, de fait, la création d'un genre spécial pour l'espèce qui suit, ne se justifie que par un *facies* absolument différent de celui des Pyrophores et que j'ai exprimé dans la diagnose ci-dessus par les mots : *Prothorax elytraque lata.* Ajoutez à cela une coloration rouge, une grande tache noire sur le prothorax, une forme déprimée, et l'on a un ensemble de caractères qui explique assez bien la séparation adoptée ici.

Le genre, au reste, doit être placé tout à fait à côté des *Pyrophorus.*

L'insecte sur lequel il est établi a été décrit, depuis longtemps, par Germar dans le tome V de l'*Entom. Zeitschrift,* p. 188, sous le nom d'*Aphanobius Thoreyi.*

Ne pouvant être compris dans le genre *Aphanobius,* et ne l'ayant pas été plus haut dans le genre *Pyrophorus,* il a été passé sous silence, dans la Monographie de la famille, de même que par le Catalogue de Munich. Il est cependant de grande taille et remarquable à tous égards; je crois utile d'en donner une courte diagnose :

P. Thoreyi. (Germ.) — *Latus, rufus, parum nitidus, fere glaber, fronte, macula ovata in medio prothoracis angulisque posticis, antennis et corpore subtus nigris; elytris fortiter punctato-sulcatis.*

Long. 30 mill., lat. 10 mill.

Ce bel insecte est du Brésil, très probablement de la province de Minas.

HIFO (nov. gen).

Frons leviter concava, antice immarginata; palporum articulus tertius triangularis.

Antennæ ut in Pyrophoris.

Prosternum normale, suturæ simplices.

Mesosterni margo fossulæ valde prominens.

Coxarum laminæ angustæ.

Pedes longiusculi, tarsorum articulus quartus laminatus.

Genus melanesicum.

L'ensemble des caractères de ce genre nouveau l'éloigne de tous ceux qui sont connus. Son *facies* est celui des *Pyrophorus* sans taches lumineuses et ses pattes, à quatrième article lamellé, l'amènent à côté des *Photophorus*, dont l'habitat n'est pas bien éloigné. En somme il a une analogie évidente avec les Pyrophores, dans la tribu desquels il doit être placé.

H. PACIFICUS. — *Fusco-brunneus, dense pubescens; antennis rufescentibus, articulis secundo et tertio minutis; prothorace a basi leviter angustato, latitudine paulo longiore, impresso, crebre punctato, lateribus rufescente, angulis posticis indistincte carinatis; elytris punctato-substriatis, apice integris.*

Long. 20-22 mill., lat. 5 $^1/_2$-6 mill.

Tonga-Tabou.

Cette espèce remarquable représente évidemment les Pyrophorites d'Amérique dans l'île en question. Elle a le *facies* et la taille du *Pyrophorus cœcus*. J'en dois la connaissance à M. Dohrn.

CORYMBITITES.

CORYMBITES LE CONTEI. — *Rufus, opacus, brevissime pubescens; antennis concoloribus, articulo tertio longiore; prothorace latitudine longiore, basi apiceque angustato, creberrime punctato,*

medio sulcato, angulis posticis longis, divaricatis, carinatis; scutello concolore ; elytris nigris, brevibus, profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis; subtus pedibusque concoloribus.

Long. 9 mill., lat 2 1/2 mill.

Californie ; Mariposa. (Coll. Oberthür.)

Trouvé par Thévenet. Très remarquable petite espèce, fort reconnaissable à son système de coloration. A rapprocher du *C. conjungens.* Je la crois inédite.

C. MOROSUS. — *Niger, subnitidus, tenuiter griseo-pubescens; antennis obscuris; prothorace latitudine longiore, basi apiceque angustato, convexo, crebre punctato, basi medio tuberculato, angulis posticis divaricatis, carinatis, carina longissimu, juxta marginem in angulo anteriore prolongata ; elytris punctato-striatis, interstitiis planis, basi elevatis ; pedibus obscuris.*

Long. 17 mill., lat. 4 1/2 mill.

Cochinchine.

De la taille et de l'aspect du *luzonicus* dont il diffère peu. La couleur est notablement plus noire, ses antennes surtout plus obscures, les intervalles des stries des élytres plus élevés à la base. Je n'en possède qu'un seul exemplaire provenant de l'ancienne collection Monchicourt.

C. LITURA. — *Niger, plus minusve subæneus, longe sparsim puberulus; antennis articulo tertio quarto æquali; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, sparsim punctato, læte miniato, vitta media angusta nigra, arcuata; elytris profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, punctatis; pedibus obscuris.*

Long. 7 mill., lat. 1 2/3 mill.

Australie ; Victoria.

Cette espèce m'a été donnée par M. de Lansberge.

C. AMBIGUUS. — *Rufus, subnitidus, dense pubescens; fronte impressa antennisque nigris, his articulo tertio quarto æquali; prothorace angusto, latitudine longiore, crebre punctato, vitta media æneo-nigra, angulis posticis tenuibus divaricatis, indistincte carinatis; elytris prothorace latioribus, profunde punctato-striatis, interstitiis convexis; subtus niger.*

Long. 8 mill., lat. 2 mill.

Australie; Victoria.

Provient également de la collection de M. de Lansberge. Il se place, ainsi que le précédent, à la suite du *C. xanthopterus.*

Observation. — M. Mac-Leay a décrit, dans le second volume des *Entom. Trans.* de Sydney, deux *Corymbites* de Gayndah, qu'il croit être, du reste, les deux sexes d'un seul, et qui me paraissent encore plus voisin du *xanthopterus* que de celui-ci.

C. CENTRALIS. — *Subæneo-fuscus, vix metallicus, griseo-pubescens; prothorace longitudine paulo latiore, dense punctato, lateribus arcuato, basi apiceque angustato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris latiusculis, ultra medium dilatatis, punctato-striatis.*

Long. 8-14 mill., lat. 3 $^1/_2$-5 mill.

Chine centrale; Moupin.

C'est évidemment une forme locale du *C. latus.* Si je lui ai donné un nom spécifique, c'est que les caractères qui la distinguent de ce dernier, et qui consistent dans un peu plus de longueur du prothorax, une autre teinte, etc., sont constantes dans les nombreux exemplaires que je possède et qui ont été pris, par le P. David, dans une région riche en formes toutes particulières et dignes d'être mentionnées à part.

C. SULCATUS. — *Latus, fusco-subæneus, griseo-pubescens; prothorace transverso, subcanaliculato, creberrime punctato, basi*

haud angustato, angulis posticis divaricatis, carinatis; elytris ultra medium dilatatis, profunde sulcatis, interstitiis acutis, alternatim paulo elevatioribus.

Long. 13 mill., lat. 4 1/2 mill.

Silésie.

Autre voisin du *latus* et tellement étrange, grace à la sculpture des élytres, qu'il semble une monstruosité auprès des autres *Corymbites*. J'en possède un individu étiqueté comme provenant de la Silésie, et je le décris comme espèce particulière non sans quelque appréhension qu'il ne s'agisse d'une forme individuelle et monstrueuse, jusqu'à ce que l'on en découvre d'autres exemplaires.

Observation. J'ai sous les yeux des spécimens qui paraissent, de prime abord, fort distincts du *latus*, mais qui, cependant, ne me semblent que des formes exagérées de cette espèce éminemment variable. Je n'ai fait d'exception que pour les deux dernières et pour les raisons que je viens d'exposer.

C. ELEGANS. — *Niger, fulvo-holosericeus ; prothorace latitudine haud longiore, basi apiceque angustato, crebre punctato, medio subsulcato; elytris prothorace latioribus, parallelis, in tertio parte postica subito rotundatim attenuatis, depressis, punctato-striatis, testaceis apice nigris.*

Long. 8 mill., lat. 2 1/4 mill.

Californie; Sierra Nevada.

Il se place dans le groupe des *sericeus, fallax, bombicinus*, etc. La disposition de la pubescence jaune d'or lui donne un aspect moiré très élégant. Je ne l'ai pas reconnu parmi les espèces décrites par MM. Le Conte et Horn.

CHROSIS LANSBERGEI. — *Rufus, nitidus, ultra medium dense puberula appressa rufa vestitus ; fronte nigra, inæquali ; antennis*

nigris; prothorace latitudine longiore; medio vitta nigra ornato, trisulcato, interstitiis latioribus parum punctatis; elytris prothorace latioribus, apice attenuatis, profunde punctato-striatis; subtus niger, antice rufus.

Long. 23 mill., lat. 6 1/2 mill.

Nouvelle-Galles du Sud.

Cette belle espèce, que je n'ai vue que dans la collection de M. de Lansberge, se rapproche de la *C. trisulcata*, comme aspect, mais elle est plus large et plus brillante dans la portion antérieure qui est à peine ponctuée. Les sillons du prothorax sont plus étroits que dans le type. La diagnose concerne principalement la femelle, où les caractères distinctifs sont plus marqués. Le mâle auquel elle s'applique aussi, bien entendu, est plus grêle et un peu moins brillant.

Hapatesus hirtellus. — *Depressus, rufo-ferrugineus, nitidus, sparsim fulvo-hirtellus; prothorace transverso, deplanato, sparsim inæqualiter punctato, apice rotundatim angustato, angulis posticis longissime carinatis; elytris punctato-substriatis, interstitiis planis uniseriatim punctatis.*

Long. 7-8 mill., lat. 2 1/2 mill.

Nouvelle-Guinée.

C'est une forme équatoriale du *hirtus* auquel il ressemble extrêmement; mais les nombreux exemplaires que j'ai vus sont plus petits, plus brillants, moins fortement et moins densément ponctués.

DIADYSIS (nov. gen.).

Frons subquadrata, concava, antice haud marginata; mandibulæ crassæ, falcatæ, emarginatæ.

Antennæ breves, moniliformes, articulo tertio sequenti vix breviore.

Prosternum breve, subquadratum, suturis lateralibus simplicibus.

Mesosternum declive.

Coxarum lamiuæ posticarum intus breviter et fortiter quadrato-dilatatæ.

Tarsi crassi, simplices; unguiculi haud dentati.

Genus Australasiæ tropicalis.

Ce genre représenté jusqu'ici par l'unique espèce suivante du nord de l'Australie, possède un ensemble de caractères tout particulier et qui ne permettent pas de le confondre avec un autre.

Le prothorax et les élytres, intimement appliqués l'un contre les autres, sans fossette scutellaire, lui donne une apparence de Cébrionide.

Sa place, déterminée par la forme du front, me semble devoir être établie dans les Corymbitites, non loin des *Chvosis*, *Melanactes*, etc.

D. Morsi. — *Brunneo-niger, nitidus, parce et brevissime pilosulus, parallelus, compactus; prothorace transverso, apice parum angustato, sparsim punctato, angulis posticis vix carinatis; scutello subrotundato; elytris juxta prothoracem applicatis, parallelis, subsulcatis, dense punctatis.*

Long. 16 mill., lat. 4 mill.

Cap York.

Je le dédie à mon collègue et ami L. Mors.

Observation. A côté de ce genre je place le *Cardiophorus Mastersi* M. L., qui ne peut rester dans les Cardiophorites, mais doit constituer un genre à part auquel je donne le nom de *Microdesmes.*

OSORNO (nov. gen.).

Frons convexa, antice medio inmarginata; palporum articulus tertius brevis, ovalis.

Antennæ dimidii corporis longitudine, simplices, articulis 2 et 3 brevibus æqualibus.

Prosternum latum, suturæ simplices, concavæ.

Mesosterni margines triangulares, declives.

Coxarum laminæ angustæ, intus paulo dilatatæ.

Pedes longiusculi, tarsi elongati, simplices.

Genus patagonicum.

Genre ambigu et d'un classement fort difficile. Si son front était véritablement rebordé, sa place serait dans le voisinage des *Athous* avec tendance vers les *Cryptohypnus*. Mais il a le front sans carène au milieu, et à ce titre il se trouve mieux dans le voisinage des *Dima*, des *Hypodesis*, des *Parallotrius* au milieu desquels il ne choque nullement.

A ne considérer que ses caractères il faudrait le porter dans les *Ludiites*, où sa forme générale paraîtrait néanmoins fort étrangère. Tout compte fait, je le place provisoirement à la suite des *Corymbitites*, où il devra peut être constituer une tribu à part.

O. AMBIGUUS. — *Crassus, brunneus, pubescens; prothorace latitudine longiore, basi apiceque augustato, lateribus leviter arcuato, medio sulcato, fortiter punctato, angulis posticis retrorsum productis, obtuse carinatis; elytris brevibus, versus medium dilatatis, profunde punctato-striatis, interstitiis convexis, tertio paulo elevatiore.*

Long. 11 mill., lat. 3 mill.

Patagonie.

Un exemplaire indiqué comme provenant de Patagonie, sans indication plus précise, porte deux impressions ponctiformes sur

le disque du prothorax; il paraît en outre un peu plus large et paraît conséquemment plus court que d'autres spécimens que j'ai de l'Araueanie. Je ne crois pas toutefois devoir le considérer comme espèce distinete.

ASAPHITES. — PARASAPHES (nov. gen.).

Frons plana, apice acuminata; maudibulæ acute bidentatæ.

Fossulæ antennarum appertæ, triangulares.

Antennæ filiformes, articulis secundo et tertio parvis, subæqualibus.

Prosternum lobatum et mucronatum, suturis lateralibus latis, nitidis, haud canaliculatis.

Laminæ coxales posticæ intus sensim dilatatæ.

Tarsi articulo primo longo, secundo dimidia longitudine, tertio dilatato, quarto brevi.

Genus Australasiæ tropicalis.

Cette conformation des tarses, semblable à celle des *Asaphes*, combinée avec l'absence de carène véritable au front fait, du curieux insecte qui sert de type à ce genre, un Asaphite australien, le premier, à ma connaissance, qui ait encore été capturé.

Je crois nécessaire de le désigner par un nom générique spécial, car il diffère des *Asaphes* de l'Amérique par divers caractères, notamment par la forme du front et celle des sutures prosternales.

P. ELEGANS. — *Rufus, opacus, tenuiter pubescens; antennis nigris; prothorace latitudine longiore, trisulcato, crebre punctato, angulis posticis extus longissime et tenue carinatis, divaricatis; elytris depressis, profunde striatis, striis grosse punctatis, brunneis flavo-vittatis.*

Long. 10 mill., lat. 2 mill.

Australie; Queensland.

Cette jolie espèce rappelle, par sa forme, notre *Athous longicollis* avec des couleurs variées. Les bords latéraux du prothorax sont doubles dans la plus grande partie de leur étendue, ce qui tient à l'allongement d'une fine carène partant des angles postérieurs et suivant ces bords de très près.

CARDIORHINITES.

Cardiorhinus lætipennis. — *Ater, opacus, breviter puberulus; prothorace latitudine longiore, basi apiceque angustato, tumido crebervime punctato. medio tenuiter sulcato, angulis posticis divaricatis, subsulcatis, intus sulcis brevibus distinctis; elytris flavo-luteis, punctato-striatis, punctis brunneo-areolatis.*

Long. 13 mill., lat. 3 ¼ mill.

Brésil; Ste-Catherine.

Cette espèce fait partie de la première section du genre. Elle se fait remarquer par son prothorax noir, opaque, et par ses élytres jaunes.

C. tactus. — *Elongatus, flavus, parum nitidus, breviter-flavo-pilosulus; antennis articulo tertio quarto longiore; prothorace latitudine longiore, convexo, crebre fortiterque punctato, nigro-trilineato, sulcis fissurisque basi destituto; elytris punctato-striatis, punctis maculaque punctiformi media fuscis; subtus pedibusque brunneo-piceis.*

Long. 13 mill., lat. 3 ½ mill.

Amazones; Ega.

Cette espèce se place auprès du *trivittatus*. Elle m'a été donnée tout récemment par M. Oberthür.

LUDIITES.

Ludius Schaumi. — *Rufus, nitidus, brevissime fulvo-pubescens; fronte valde convexa; prothorace tumido, latitudini longitudine æquali, a basi angustato, punctato, medio postice sulcato, angulis posticis retrorsum productis, acute carinatis; elytris punctato-striatis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 7 mill., lat. 2 mill.

Grèce.

Cette petite espèce a appartenu autrefois à Schaum, à qui je la dédie. Elle ressemble beaucoup au *Guillebeaui* dont elle a la forme générale, mais elle est plus petite, plus rouge et plus glabre.

L. sinensis. — *Fuscus, pube sericea, obscure lutea, concinne vestitus; antennis serratis; prothorace latitudine paulo longiore, crebre punctato, angulis posticis acute fortiter carinatis; elytris æqualibus, obsoletissime vel indistincte striatis, dorso rugose punctatis; subtus pedibusque sericeis, concoloribus.*

Long. 25 mill., lat. 7 mill.

Chine; Kouy-Tchéou.

Espèce de grande taille, analogue au *Sieboldti* du Japon, mais plus large; découverte par M. l'abbé Largeteau. Un exemplaire se trouve dans la collection Oberthür.

L. sihletcus. — *Ater, subnitidus, pube nigra, brevi, apressa vix visibiliter vestitus; antennis parum elongatis, articulo tertio secundo paulo longiore, ultimo appendiculato; prothorace latitudine vix longiore, apice angustato, dense punctato, punctis lateralibus umbilicatis et congestissimis, angulis posticis acute fortiter carinatis; elytris punctatis, indistincte striatis; subtus pedibusque concoloribus.*

Long. 25 mill., lat. 7 mill.

Sihlet.

D'aussi grande taille que la précédente et très voisine, mais entièrement noire, avec la pubescence noire. Les points des parties latérales du prothorax sont ombiliqués et contigus au point de rendre ces parties opaques.

L'exemplaire que je possède est probablement une femelle.

L. ANCHASTINUS. — *Fuscus, subnitidus, brunneo-pilosulus; fronte æqualiter convexa; antennis brevibus; prothorace latitudine haud longiore, convexo, punctato, apice angustato, angulis posticis validis, fortiter carinatis; elytris punctato-striatis, interstitiis rugose punctatis.*

Long. 12 mill., lat. $2^{3}/_{4}$ mill.

Moupin.

Aspect d'un grand *Anchastus* avec les tarses de *Ludiites*. Il ne présente pas de caractères bien saillants et il diffère peu des *junior* et *plebejus* du Japon. Je n'en possède qu'un exemplaire provenant des chasses du P. A. David.

L. HYDROPICUS. — *Piceus, pube fulva sericea obductus; prothorace latitudine paulo longiore, tumido, æqualiter crebre punctato, medio breviter sulcato, margine basali tuberculato, angulis posticis retrorsum productis, acute carinatis; elytris punctato-striatis interstitiis rugulosis; pedibus brunneis.*

Long. 15 mill., lat. 4 mill.

Australie; Queensland.

D'une teinte uniforme, ce qui le distingue des quelques espèces australiennes décrites jusqu'ici. Son caractère principal consiste dans l'aspect comme enflé du prothorax.

AGONISCHIUS MILITARIS. — *Corallinus, nitidus, pube nigra, hirsuta, sparsutus; antennis nigris latis; prothorace brevi, tumido, nitidulo, parce punctulato; elytris, vix punctato-striatis, plaga basali flava.*

Long. 7 mill., lat. $1^{3}/_{4}$ mill.

Andamans.

Très voisin du *basalis*. Je serais porté à le considérer comme une variété, plus généralement jaune, de ce type, n'était la patrie fort différente.

A. LONGICORNIS. — *Lutescens, fusiformis, parum nitidus, dense griseo-pubescens; antennis longis, fortiter serratis* (♂); *prothorace latitudine longiore, a basi angustato, creberrime fortiter punctato, angulis posticis longis, divaricatis, plicato-carinatis; elytris apice integris, punctato-striatis, sutura striisque obscuris.*

Long. 13 mill., lat. 3 mill.

Australie; Nouvelle-Galles du Sud.

Plus grand que l'*australis* et le *vittatus*, à côté desquels il se place; on le reconnaîtra à l'aspect rayé que lui donnent la suture et les stries d'une teinte plus obscure que les intervalles. La femelle est plus cylindrique, plus épaisse, plus parallèle.

OCHOSTERNUS GIGAS. — *Piceus, nitidus, sat dense cinereo-pubescens; fronte convexa, apice impressa; prothorace subquadrato, crebre inæqualiter punctato, dorso utrinque spatio lævi notato, angulis posticis carina valida medio elevata; elytris leviter sulcatis, sulcis externis seriatim punctatis, interstitiis crebre punctatis; subtus dense pubescens, abdomine marginibus spatiis levibus decem.*

Long. 40 mill., lat. 11 mill.

Nouvelle-Calédonie.

Cette remarquable espèce rappelle tout à fait, par ses grandes dimensions, sa couleur, sa pubescence, les *Tetralobus* d'Afrique. C'est évidemment une forme tropicale des *Ochosternus* typiques de la Nouvelle-Zélande. Je n'en possède qu'un exemplaire.

HEMIOPS ACUTANGULATA. — *Nigra, pube flava longiuscula tecta; prothorace subgloboso, punctato, angulis posticis divaricatis,*

acutis ; scutello antice emarginato ; elytris flavo-castaneis, punctato-striatis, interstitiis rugosis.

Long. 14 mill., lat. 4 mill.

Poulo-Pinang.

Tout à fait semblable à l'*H. nigricollis*, mais s'en distinguant nettement par les angles du prothorax qui sont ici prolongés en divergeant, aplatis, aigus au bout, tandis qu'ils sont courts, globuleux, étroits, chez l'autre espèce. L'écusson est coupé et échancré en avant comme dans la majorité des espèces.

H. SINENSIS. — *Rufo-ferruginea, dense et longe fulvo-pilosa ; prothorace latitudine paulo longiore, subgloboso, crebre punctato, angulis posticis divaricatis, acutis ; scutello integro ; elytris prothorace latioribus, haud vel vix sulcatis, versus latera seriatim punctatis ; antennis longis pedibusque nigris ; abdomine læte rufo.*

Long. 14 mill., lat. 4 mill.

Chine ; Schanghaï.

Espèce bien distincte de la *crassa*, dont elle se rapproche, par l'absence de stries sur les élytres et son écusson entier. Elle est aussi plus luisante et son prothorax est plus pubescent.

H. LONGA. — *Nigra, nitida, pubescens ; prothorace albo-lanato, utrinque cristato, cristis parallelis seu antice subconvergentibus ; scutello longo, parabolico, antice integro et attenuato, obscuro ; elytris elongatis, læte luteis, sulcatis, interstitiis punctatis.*

Long. 17 mill., lat. 5 mill.

Sumatra ; Benkoelen.

Cette espèce se distingue facilement, entre toutes les autres, par son écusson allongé, entier au sommet. La base du prothorax n'offre guère de sillons longitudinaux, mais, en revanche, il pré-

sente deux crêtes prolongées et parallèles ou convergeant même en avant. Ses élytres sont longues et d'un jaune clair. J'en ai vu plusieurs spécimens dans la collection de M. de Lansberge.

Observation. Dans la même collection existent, en nombre, des spécimens de *Sumbava,* ou tout bruns, ou bruns avec le prothorax jaunâtre, ou tout entier de cette dernière couleur, qui présentent tous les caractères de l'*H. Semperi* des Philippines. Au reste, ce genre *Hemiops* est des plus variable.

ADOLESCHES (nov. gen.).

Frons lata, valde convexa, antice non carinata; labrum transversum, antice anguste depressum ; os inferum, mandibulis crassis.

Prosternum breve, subquadratum, suturis simplicibus, haud lobatum, mucronatum.

Mesosternum parvum, declive, triangulare.

Coxarum laminæ angustæ, intus sensim dilatatæ.

Pedes crassi, breviusculi ; tarsi breves, simplices.

Genus Americæ australis.

La forme épaisse du corps, l'absence de mentonnière, les hanches postérieures étroites et les tarses simples, placent cette forme d'Élatéride dans le voisinage des *Hemiops.* Elle rappelle manifestement la tribu voisine des Cébrionides. Comme je ne connais que l'un des sexes de l'espèce sur laquelle je fonde le genre, je ne l'indique que provisoirement, en attendant une connaissance plus exacte des caractères que fera connaître l'autre sexe.

L'aspect général caractéristique des Élatérides s'affaiblit ici d'une manière remarquable et démontre, péremptoirement, qu'entre eux et les Eucnémides, les Cébrionides, les Trocides et même les Téléphorides et les Lycides, on trouve des passages qui rendent le classement de certains d'entre eux très difficile.

A. CRINITUS. — *Crassus, cylindricus, nitidus, fusco-brunneus, elytris parum nitidis, flavis, nigro-pilosis; fronte convexa, densius cvinita; prothorace quadrato, tumido, fortiter punctato; elytris striis profundis leviter punctatis, interstitiis convexis punctatis; subtus pedibusque brunneis.*

Long. 17 mill., lat. 4 3/4 mill.

Uruguay.

Je ne connais que la femelle, qui a un air de Cébrionide. Le mâle est sans doute plus svelte.

ADRASTITES.

GLYPHONYX ANTIQUUS. — *Brunneus, nitidus, parum pubescens; fronte convexa, acuminata; prothorace quadrato, convexo, sparsim subtilissime punctulato, angulis posticis depressis, haud carinatis, sulcis basalibus longis; elytris fortiter punctato-striatis.*

Long. 5 mill., lat. 1 1/4 mill.

Nouvelle-Grenade.

Le genre *Glyphonyx*, qui représente nos *Adrastus* européens dans les régions tropicales, surtout en Amérique et plus particulièrement encore à la Nouvelle-Grenade, tend à devenir extrêmement nombreux en espèces à mesure qu'il arrive, dans nos collections, des spécimens minuscules de ces régions, que nous ne connaissions guère autrefois que par leurs espèces les plus brillantes.

RÉCAPITULATION

DES ESPÈCES DÉCRITES DANS CET OPUSCULE.

AGRYPNITES.

Agrypnus soricinus.	Nouvelle-Guinée.
— *pacificus.*	Woodlark.
Adelocera altaïca.	Altaï.
— *massula.*	Mexique.
Dilobitarsus filiformis	Abyssinie.
— *bacillus*	»
Anacantha Fairmairei.	Chili.
Anaspasis fasciolata.	»
Lacon decoratus.	Madagascar.
— *subocellatus*	»
— *signatus*	Zanguebar.
— *æthiopicus.*	Abyssinie.
— *caffer*	Cafrerie.
— *colonicus*	Cochinchine.
— *setulosus*	Flores.
— *spretus.*	Bornéo.
— *Delesserti.*	Neelgherries.
— *pardalinus.*	Darjeeling.
— *limosus.*	Nouvelle-Guinée.
— *gibbus.*	Australie.
— *compactus.*	»
— *rubiginosus*	»
— *Mac Leayi.*	»
— *Castelnaui.*	»

Lacon corvinus	Australie.
— *monachus*	»
— *palpalis*	»
— *dealbatus*	»
Tilotarsus suboculatus	Madagascar.
— *depressus*	»
— *reductus*	Gabon.

ALAÏTES.

Alaus Dohrni	Monrovia.
— *Crokisii*	Grand-Bassam.
— *Haequardi*	Zanguebar.
— *pantherinus*	Mindanao.
— *Laportei*	Malacca.
— *Colffsi*	Flores.
— *Hurria*	Sumatra.
— *Acontias*	Nouvelle-Guinée.
— *Oreas*	Célèbes.
— *Lansbergei*	Java.
— *griseus*	Nouvelle-Grenade.
Hemirhipus elegantissimus	La Plata.

CHALCOLÉPIDIITES.

Chalcolepidius Mniszechi	Mexico.
— *cyaneus*	Brésil.
— *Humboldti*	Bogota.
Semiotus splendidus	Équateur.
Campsosternus Lansbergei	Java.
— *tæniatus*	»
— *carinatus*	Borneo.

OXYNOPTÉRITES.

Peetocera malaïsiana	Célèbes.

TÉTRALOBITES.

Tetralobus Livingstonei	Zambèze.
— *rubiginosus*	Monrovia.
— *Raffrayi*	Abyssinie.
— *Dohrni*	Guinée.
— *capucinus*	Australie.

DICRÉPIDIITES.

Pantolamprus Dohrni	Monrovia.
Psephus guineensis	Guinée.
— *Oberthüri*	Zanguebar.
— *militaris*	»
— *nigricornis*	»
— *Mechowi*	Congo.
— *melancholicus*	Cafrerie.
— *Raffrayi*	Zanguebar.
— *morio*	Monrovia.
— *athoïdes*	Angola.
— *tabidus*	Cafrerie.
— *correctus*	Gabon.
— *juvenilis*	»
— *minor*	»
— *Murrayi*	Calabar.
— *nitidus*	»
— *dentatus*	Gabon.
— *sanguinolentus*	»
— *nobilis*	Ceylan.
— *rufinus*	»
— *papuensis*	Nouvelle-Guinée.
— *lateralis*	Sumbava.
— *subfuscus*	Ternate.
Dicronychus Hacquardi	Zanguebar.
— *psephoides*	Cafrerie.
— *granulatus*	»
— *mandibularis*	»
— *tritus*	Transvaal.

Tarsalgus Mechowi.	Congo.
Anoplischius egaensis	Para.
— *rusticus*	Brésil.
— *suturalis*	»
— *elegantulus*	Nouvelle-Grenade.
— *œoloïdes*	Venezuela.
— *melanotoïdes*	Brésil.
Ischiodontus hawaïensis	Iles Sandwich.
— *decoratus*	Brésil.
Spilus brevis	»
Dicrepidius cavifrons	Guadeloupe.

EUDACTYLITES.

Eudactylus bifoveatus	Antilles.
Glypheus Lansbergei	Victoria.
Simodactylus tertius	Nouvelle-Guinée.
Melanthoïdes luteipes	Zanguebar.

MONOCRÉPIDIITES.

Glyphochilus Championi.	Australie.
— *occidentalis*	»
Apochresis asper.	Benguela.
Monocrepidius alacer	Brésil.
— *Rodriguezi.*	Guatemala.
— *fossulatus*	Brésil.
— *vulneratus*	Mexique.
— *lenis*	Brésil.
— *calcaratus*	»
— *concretus*	Guyane.
— *figularis*	S^{t}-Domingue.
— *probus*	Guatemala.
— *monachus*	Bangkok.
— *capucinus*	Cochinchine.
— *antennalis*	Australie.
— *aurulentus*	»
— *plagiatus*	»

Monocrepidius spatulatus	Australie.
— *amazonicus*	Brésil.
Aeolus Waggae	Australie.
— *versicolor*	»
— *Steinheili*	Nouvelle-Grenade.
— *livens*	Brésil.
— *pectoralis*	Venezuela.
— *unicolor*	Brésil.
Heteroderes œoloïdes	Gabon.
— *crux*	Abyssinie.
— *juvencus*	»
— *cryptohypnoïdes*	Perse.
— *Arechavaletæ*	Uruguay.

PHYSORHINITES.

Physorhinus insularis	Guadeloupe.
Anchastus fasciatus	Brésil.
— *bicolor*	»
— *militaris*	Californie.
— *brevis*	Nouvelle-Grenade.
— *Raffrayi*	Abyssinie.
— *Klugi*	Zanguebar.
— *ligneus*	Gabon.
— *pectoralis*	»
— *unicolor*	Mindanao.

ÉLATÉRITES.

Drasterius æthiopicus	Abyssinie.
— *brevipennis*	»
Elater violaceipennis	Californie.
— *Horni*	»
— *partitus*	»
— *asperulus*	Australie.
Elastrus senegalensis	Sénégal.
Megapenthes Reedi	Chili.
— *funebris*	Chine.

Megapenthes longus	Siam.
— *jocosus*	Malacca.
— *sondanicus*	Java.
— *octoguttatus*	Chine.
— *brasilianus*	Brésil.
Melanoxanthus ducalis	Célèbes.
— *Lansbergei*	Sumatra.
— *florensis*	Flores.
— *fitiformis*	Célèbes.
— *ardjoenicus*	Java.
— *nigritulus*	»
— *inæquatis*	Gabon.
— *dilaticollis*	Australie.
— *cuneiformis*	»
Homotechnes corymbitoïdes	Chine.

POMACHILIITES.

Deromecus carinatus	Chili.
— *tumidus*	»
— *tenuicottis*	»
— *anchastinus*	»
— *cervinus*	»
Betarmon anatolicus	Asie mineure.
— *Sharpi*	Nouvelle-Zélande.
Smilicerus zonatus	Nouvelle-Grenade.

CRYPTOHYPNITES.

Cryptohypnus davidianus	Chine.
— *Oberthüri*	Nouvelle-Grenade.
— *atomarius*	Himalaya.
— *æqualis*	Uruguay.
Pseudiconus mendax	Chili.

CARDIOPHORITES.

Cardiophorus microcephalus	Maroc.
— *inflatus*	Mandchourie.

Cardiophorus	*erythrurus*	Chine.
—	*angularis*	Zanguebar.
—	*jocosus*	»
—	*follicularis*	»
—	*gagatinus*	Abyssinie.
—	*rudis*	Nubie.
—	*davidianus*	Chine.
—	*devius*	»
—	*acuminatus*	Cafrerie.
—	*Burdoi*	Zanguebar.
—	*Usagaræ*	»
—	*ligneus*	Madagascar.
—	*compactus*	Australie.
—	*despectus*	»
Horistonotus	*basilaris*	Para.
—	*rufiventris*	Guatemala.
—	*pedestris*	»
—	*Arechavaletæ*	Uruguay.
—	*minimus*	Brésil.
Esthesopus	*apicatus*	Mexique.
—	*bellus*	Brésil.

MÉLANOTITES.

Diploconus	*nigripennis*	Sumatra.
—	*umbilicatus*	Java.
—	*barbus*	Célèbes.
Melanotus	*Desbrochersi*	Açores.
—	*incallidus*	Assam.
—	*brevis*	Cochinchine.
—	*carbonarius*	Chine.
—	*sciurus*	»
—	*nuceus*	»
—	*arctus*	»

ATHOÏTES.

Athous	*jocosus*	Amur.

PYROPHORITES.

Pyrophorus scintillula	Para.
— *trinotatus*	Brésil.
— *notatissimus*	Guyane.
Paraphileus Thoreyi	Brésil.
Hifo pacificus	Tonga-Tabou.
Corymbites Le Contei	Californie.
— *morosus*	Cochinchine.
— *litura*	Australie.
— *ambiguus*	»
— *centralis*	Chine.
— *suleatus.*	Silésie.
— *elegans.*	Californie.
Chrosis Lansbergei	Australie.
Hapatesus hirtellus.	Nouvelle-Guinée.
Diadysis Morsi	Australie.
Osorno ambiguus	Patagonie.

ASAPHITES.

Parasaphes elegans	Australie.

CARDIORHINITES.

Cardiorhinus lætipennis	Brésil.
— *tactus.*	»

LUDIITES.

Ludius Schaumi	Grèce.
— *sinensis.*	Chine.
— *sihleticus*	Sihlet.
— *anchastinus.*	Chine.
— *hydropicus.*	Australie.

Agonischius militaris	Iles Andamans.
— *longicornis*	Australie.
Ochosternus gigas	Nouvelle-Calédonie.
Hemiops acutangulata	Poulo-Pinang.
— *sinensis*	Chine.
— *longa*	Sumatra.
Adolesches crinitus	Uruguay.

ADRASTITES.

Glyphonyx antiquus	Nouvelle-Grenade.

TABLES

DES

LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES NATURELLES

ET DES

INVERSES DES NOMBRES;

PAR

F. FOLIE.

TABLES

DES

LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES NATURELLES

ET DES

INVERSES DES NOMBRES.

Dans le tome I[er] de ces Mémoires (2[e] série), nous avons publié, sous forme d'un tableau en une feuille, les logarithmes des sinus et tangentes, ainsi que la table inverse.

Depuis lors, nous avons reconnu la grande utilité qu'il y aurait, pour le calcul de certaines réductions astronomiques, à posséder également une table des lignes trigonométriques naturelles, et nous l'avons construite, pour notre usage, sous la même forme. Elle est disposée en deux tableaux, l'un renfermant les sinus cosinus et tangentes, l'autre les cotangentes sécantes et cosécantes.

Inutile de revenir sur la disposition de ces tableaux, qui est identique à celle de notre table des logarithmes des sinus et tangentes, sauf une amélioration qui n'est pas dépourvue d'utilité : lorsque l'excès de la valeur exacte, sur celle qui est donnée par les 4 chiffres de la table, est compris entre un quart et trois quarts d'unité du dernier ordre, nous avons fait suivre ces 4 chiffres d'un point; en sorte que 2174., par exemple, signifie

que la valeur exacte est comprise entre 2174 $^1/_4$ et 2174 $^3/_4$; l'erreur est donc au plus d'un quart d'unité du 4^e ordre, ce qui est important, surtout, dans le calcul des tangentes et des sécantes, lorsque leurs valeurs sont un peu grandes.

Dans la table des sinus, cosinus et tangentes, il va de soi que le premier des 4 chiffres de nos colonnes représente généralement des *dixièmes;* il n'y a d'exception que pour les sinus et tangentes des arcs inférieurs à 0°40′, où ce premier chiffre représente des *millièmes* (indiqués par les *deux astérisques* qui le surmontent), et pour ceux des arcs compris entre la limite précédente et celle de 5°40′, où ce premier chiffre représente des *centièmes* (indiqués par *un seul astérisque*).

Dans la table des cotangentes, sécantes et cosécantes, le premier chiffre représente généralement des *unités simples;* il n'y a d'exception, ici encore, que pour les cotangentes et les cosécantes des petits arcs que nous venons de mentionner : *deux astérisques* indiquent que ce premier chiffre représente des *centaines;* et *un seul astérisque,* qu'il représente des *dizaines.*

Il est à peine nécessaire d'ajouter que, dans la ligne horizontale affectée aux cotangentes des arcs de 45°, ce premier chiffre, qui est 9, ne représente que des *dixièmes.*

Pour construire le dernier tableau sans trop de travail, nous avons commencé par en dresser un qui donne, avec 5 chiffres, les inverses des nombres, de 101 à 999.

Comme celui-ci peut, dans bien des calculs, éviter des divisions, qui sont presque toujours des opérations laborieuses, nous l'avons joint aux deux précédents.

Il est tout à fait superflu d'indiquer l'ordre des unités de ce tableau; le calculateur saura toujours le déterminer du premier coup d'œil.

Dans la première partie du tableau, les différences, étant assez considérables, et, par suite, assez fastidieuses à prendre de tête, nous avons indiqué, en marge de chaque ligne horizontale, la différence moyenne; il suffira d'en remplacer le dernier, ou les deux derniers chiffres, par ceux de la différence véritable, pour obtenir celle-ci exactement.

Afin de rendre la lecture de nos tables plus commode, nous avons omis les deux premiers des quatre ou des cinq chiffres d'un nombre, lorsqu'ils sont les mêmes que les deux premiers chiffres placés immédiatement au-dessus, dans la même colonne verticale.

Nous répéterons, en terminant, que nous avons construit ces tables pour notre usage personnel. En les publiant, nous rendrons peut-être service à quelques calculateurs. Ce sera là notre excuse, si nous avons été devancé, à notre insu, dans leur élaboration, par un astronome qui aurait eu la même idée.

TABLE DES SINUS

	Sinus								
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	0′	10′	20
0°		**2909	**5818	**8727	*1163.	*1454.	1.000	1.0000	1.000
1°	*1745	*2036	*2327	*2617.	*2908.	*3199	9998.	8	
2°	*3490	*3780.	*4071.	*4362	*4652.	*4943	4	3	
3°	*5253.	*5524	*5814.	*6105	*6395	*6685.	86.	84.	8
4°	*6975.	*7266	*7556	*7846	*8136	*8426	75.	73.	7
5°	*8715.	*9005.	*9295	*9584.	*9874	1016.	62	59.	5
6°	1045.	1074	1103	1132	1161	1190	45	42	3
7°	1218.	1247.	1276.	1305.	1334	1363	25.	22	1
8°	1591.	1420.	1449.	1478	1507	1535.	02.	9898.	989
9°	1564.	1593	1622	1650.	1679	1708	9877	72.	6
10°	1736.	1765	1794	1822.	1851	1879.	48	45	3
11°	1908	1936.	1965	1993.	2022	2050.	16.	10.	0
12°	2079	2107.	2136	2164.	2193	2221	9781.	9775.	976
13°	2249.	2278.	2306	2334.	2362.	2391	45.	37	3
14°	2419	2447.	2475.	2504	2532	2560	03	9696	968
15°	2588	2616.	2644.	2672.	2700.	2728.	9659.	51.	4
16°	2756.	2784.	2812.	2840	2868	2896	12.	04.	959
17°	2925.	2951.	2979.	3007	3035	3062.	9565	9554.	4
18°	3090.	3118	3145.	3173	3200.	3228	10.	01.	949
19°	3255.	3283	3310.	3338	3365.	3393	9455	9445.	3
20°	3420	3447.	3475	3502	3529.	3556.	9397	9387	937
21°	3585.	3611	3638	3665	3692	3719	36	25.	1
22°	3746	3775	3800	3827	3853.	3880.	9272	9261	925
23°	3907.	3934	3961	3987.	4014	4041	05	9193.	918
24°	4067.	4094	4120.	4147	4173.	4200	55.	25.	11
25°	4226	4252.	4279	4305	4331.	4357.	9063	9051	903
26°	4385.	4410	4436	4462	4488	4514	8988	8975	896
27°	4540	4566	4591.	4617.	4643.	4669	10	8897	888
28°	4694.	4720.	4746	4771.	4797	4822.	8829.	8816	880
29°	4848	4873.	4899	4924	4949.	4973	8746	8732	871
30°	5000	5025	5150.	5075.	5100.	5125.	8660	8645.	863
31°	5150.	5175.	5200	5225	5250	5274.	8571.	8556.	854
32°	5299	5324	5348.	5373	5397.	5422	8480.	8465	844
33°	5446.	5471	5495	5519.	5545.	5568	8386.	8371	835
34°	5592	5616	5640	5664	5688	5712	8290.	8274	825
35°	5736	5759.	5783.	5807	5830.	5854.	8191.	8175	815
36°	5878	5901.	5925	5948	5971.	5995	8090	8075	805
37°	6018	6041.	6064.	6087.	6110.	6133.	7986.	7969	795
38°	6156.	6179.	6202.	6225	6248	6270.	7880	7862	784
39°	6295	6316	6338.	6361	6383	6405.	7771.	7755	775
40°	6428	6450	6472.	6494.	6516.	6538.	7660.	7641.	762
41°	6560.	6582.	6604.	6626	6648	6669.	7547	7528	750
42°	6691.	6715	6734.	6756	6777.	6798.	7431.	7412	739
43°	6820	6841	6862.	6883.	6904.	6925.	7313.	7293.	727
44°	6946.	6967.	6988.	7009	7030	7050.	7195.	7175	715
45°	7071	7091.	7112	7132.	7153	7173	7071	7050.	703
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	60′	50′	40′
	Cosinus								

ANGENTES NATURELS.

			Tangentes						
50′	40′	30′	0′	10′	20′	30′	40′	50′	
9999.	9999.	9999		**2909	**5818	**8727	*1163.	*1454.	89°
6.	6	5	*1745.	*2036.	*2327.	*2618.	*2909.	*3201	88°
0.	89	88	*3492	*3785.	*4074.	*4366	*4657.	*4949	87°
81.	79.	77.	*5241	*5532.	*5824.	*6116.	*6408.	*6700.	86°
69	67	64.	*6992.	*7285	*7577.	*7870	*8165	*8456	85°
54	51	48	*8749	*9042	*9335.	*9629	*9922.	1021.	84°
35.	32.	29	1051	1080.	1110	1139.	1169	1198.	83°
14.	10.	07	1228	1257.	1287	1316.	1346	1376	82°
9890	9886	9881.	1405.	1435	1465	1494.	1524.	1554	81°
63	58	55	1584	1615.	1645.	1673.	1705.	1735.	80°
32.	27	22	1765.	1795.	1825.	1853.	1883.	1915.	79°
9799	9795.	9787.	1944	1974	2004	2034.	2065	2095	78°
63	56.	50	2123.	2156	2186.	2217	2247.	2278	77°
25.	17	10	2308.	2339.	2370	2401	2431.	2462.	76°
9681.	9674	9667.	2493.	2524	2555	2586	2617	2648.	75°
56.	28.	20.	2679.	2710.	2742	2773	2804.	2836	74°
9588	9580	9571.	2867.	2899	2930.	2962	2994	3025.	73°
57	28.	19.	3057.	3089	3121	3153	3185	3217	72°
9483	9474	9464.	3249	3281.	3313.	3346	3378.	3411	71°
26.	16.	07	3443.	3476	3508.	3541	3574	3607	70°
9366.	9356.	9346	3639.	3672.	3705.	3739	3772	3805.	69°
04	9295.	9282.	3838.	3872	3905.	3939	3972.	4006.	68°
9239	27.	16.	4040.	4074	4108	4142	4176.	4210.	67°
9170.	9159	9147	4244.	4279	4313.	4348	4383	4417.	66°
9099.	9087.	9075.	4452.	4487	4522	4557.	4592.	4627.	65°
26	13.	00.	4663	4698.	4734	4770	4805.	4841.	64°
8949.	8936.	8925	4877.	4913.	4949.	4986	5022	5058.	63°
8870	8856.	8843	5095	5132	5169	5205.	5242.	5280	62°
8788	8774	8760.	5317	5355.	5392	5429.	5467.	5505	61°
8705.	8689	8675	5543	5581	5619.	5657.	5696	5735	60°
8616.	8601.	8586.	5775.	5812.	5851.	5890.	5929.	5969	59°
8526.	8511	8496	6008.	6048.	6088	6128	6168	6208.	58°
8434	8418	8402.	6248.	6289	6330	6371	6411.	6453	57°
8339	8323	8306.	6494	6535.	6577	6619	6661	6705	56°
8241.	8224.	8208	6745	6787.	6830	6875	6915.	6959	55°
8141	8124	8107	7002	7045.	7089	7133	7177	7221	54°
8038.	8021	8004	7265.	7310	7354.	7399.	7444.	7490	53°
7933.	7916	7898	7535.	7581	7627	7676.	7719.	7766	52°
7826	7808	7789.	7815	7860	7907	7954.	8002	8041	51°
7716.	7697.	7679	8098	8146	8194.	8245.	8292.	8541.	50°
7604	7585	7566	8591	8440.	8490.	8541	8591	8642	49°
7489.	7470	7451	8695	8744	8795.	8847	8899	8951.	48°
7373	7353	7333.	9004	9057	9110	9163.	9217	9271	47°
7255.	7235.	7215.	9525	9579.	9454.	9489.	9545	9601	46°
7132.	7112	7091.	9657	9715.	9770	9827	9884	9942	45°
7009	6988.	6967.	1.000	1.006	1.011.	1.017.	1.025.	1.029.	44°
50′	20′	10′	60′	50′	40′	30′	20′	10′	
			Cotangentes						

TABLE DES COTANGENT

Cotangentes										
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	0′	10′	20′
0°		**5457.	**1719	**1146	*8594	*6875	1000	1000	1000
1°	*5729	*4910.	*4296	*3819	*3457	*3124	1000	1000	1000
2°	*2865.	*2645	*2454	*2290.	*2147	*2020.	1000.	1001	1001
3°	*1908	*1807.	*1717	*1635	*1560.	*1492.	1001.	1001.	1001
4°	*1450	*1572.	*1519.	*1270.	*1225	*1182.	1002.	1002.	1003
5°	*1145	*1106	*1071	*1038.	*1008	9788	1004	4	4
6°	9514.	9255.	9010	8777	8555.	8345	5.	6	6
7°	8144.	7955	7770.	7596	7428.	7268.	7.	8	8
8°	7115.	6968	6827	6691	6560.	6435	10	10	10
9°	6514	6197	6084.	5976	5871	5769.	12.	13	13
10°	5671.	5576.	5484.	5395.	5509.	5225.	15.	16	16
11°	5144.	5066	4989.	4915	4845	4773	18.	19	20
12°	4704.	4638	4575.	4510.	4449.	4389.	22.	23	23
13°	4331.	4274.	4219.	4165.	4112.	4061	26.	27	27
14°	4011	3961.	3915.	3866.	3821	3776	30.	31.	33
15°	3732	3689	3647	3606	3565.	3526	35.	36	37
16°	3487.	3449.	3412.	3376	3340	3305	40.	41	43
17°	3271	3237	3204	3171.	3139.	3108.	45.	46.	47
18°	3077.	3047.	3018	2988.	2960	2932	51.	52.	53
19°	2904	2877	2850	2824	2798	2772.	57	58.	59
20°	2747.	2723	2698.	2674.	2651	2628	64	65.	66
21°	2605	2582.	2560.	2538.	2517	2496	71	72.	73
22°	2475	2454.	2434	2414	2394.	2375	78.	80	81
23°	2356	2337	2318.	2300	2281.	2263.	86.	87.	89
24°	2246	2228.	2211.	2194.	2177.	2161	94.	96	98
25°	2144.	2128.	2112.	2096.	2081	2065.	1105.	1105	1107
26°	2050.	2035.	2020.	2005.	1991	1977	12	14	15
27°	1962.	1948.	1934.	1921	1907.	1894	22.	24	25
28°	1880.	1867.	1854.	1841.	1829	1816.	32.	34.	35
29°	1804	1791.	1779.	1767.	1755.	1745.	43.	45	46
30°	1732	1720.	1709	1697.	1686.	1675.	54.	56.	58
31°	1664.	1655.	1642.	1632	1621	1610.	66.	68.	70
32°	1600.	1590	1580	1569.	1559.	1549.	79	81.	83
33°	1540	1530	1520.	1511	1501.	1492	91.	94.	96
34°	1482.	1473.	1464	1455	1446	1437	1206.	1208.	1211
35°	28	19.	10.	02	1593.	1585	21	25.	28
36°	1576	1568	1559.	1551.	43	35	36	38.	41
37°	27	19	11	03	1295.	1287.	52	55	58
38°	1280	1272.	1264.	1257	49.	42.	69	72	75
39°	35	27.	20.	13	06	1199	87	90	93
40°	1192	1184.	1178	1171	1164	57	1505.	1508.	1511
41°	50.	43.	37	30.	23.	17	25	28.	32
42°	10.	04	1097.	1091.	1085	1078.	45.	49	53
45°	1072.	1066	60	54	47.	41.	67.	71	75
44°	35.	29.	23.	17.	11.	06	90	94	99
45°	00	9942	9884.	9827	9770	9715.	1414	1418.	1423
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	60′	50′	40
Tangentes									

SÉCANTES NATURELLES.

			Cosécantes						
30′	40′	50′	0′	10′	20′	30′	40′	50′	
000	1000	1000		**3457.	**1719	**1146	*8594.	*6879	89°
000.	1000.	1000.	*5750.	*4911	*4297	*3820	*3438	*5126	88°
001	1001	1001	*2865.	*2645	*2456.	*2292.	*2149.	*2025	87°
002	1002	1002	*1911	*1810	*1720	*1638.	*1563.	*1495.	86°
003	1003.	1003.	*1433	*1376	*1325	*1274.	*1229	*1187	85°
4.	5	5	*1147.	*1110.	*1075.	*1043.	*1013	9859	84°
6.	7	7	9566.	9509	9064	8853	8612	8405	83°
8.	9	9.	8205.	8015.	7854.	7661.	7495.	7357	82°
11	11.	12	7185.	7039.	6900	6765.	6656.	6512	81°
14	14.	15	6392.	6277	6166	6059	5954.	5855.	80°
17	17.	18	5759	5665.	5575	5487.	5402.	5320.	79°
20.	21	22	5241	5165.	5088.	5016	4945	4876.	78°
24.	25	25.	4810	4745	4681.	4620	4560.	4502	77°
28.	29	30	4445.	4390	4336	4285.	4232.	4182.	76°
33	33.	34	4133.	4086	4039.	3994	3949.	3906	75°
37.	38.	39.	3865.	3822	3781.	3742	3703	3665	74°
43	44	45	3628	3591.	3555.	3521	3487	3453	73°
48.	49.	50.	3420.	3388.	3356.	3325.	3295.	3265.	72°
54.	55.	56.	3236	3207.	3179	3151.	3124.	3098	71°
61	62	63	3071.	3046	3021	2996	2971	2947	70°
67.	69	70	2924	2900.	2877.	2855.	2833.	2812	69°
75	76	77	2790.	2769.	2749	2728.	2708.	2689	68°
82.	83.	83	2669.	2650.	2631.	2613	2595	2577	67°
90.	91.	93	2559	2542	2525	2508	2491.	2475	66°
99	1101	1102	2458.	2442.	2427	2411.	2396	2381	65°
1107	09.	11	2366	2351.	2337	2323	2309	2295	64°
17.	19	20.	2281.	2267.	2254.	2241	2228	2215.	63°
27.	29	31	2202.	2190	2178	2165.	2153.	2141.	62°
38	40	41.	2130	2118.	2107	2096	2084.	2073.	61°
49	51.	53	2062.	2052	2041	2031	2020.	2010	60°
60.	62.	64.	2000	1990	1980	1970	1961	1951	59°
73	75	77	1941	1932.	1923	1914	1905	1896	58°
85.	88	90	1887	1878.	1870	1861	1852.	1844	57°
99	1201.	1204	56	28	20	12.	04	1796	56°
1213.	16	18.	1788.	1780.	1773	1765.	1758	50.	55°
28.	31	33.	43.	36	29	22	15	08	54°
44	47	49.	01	1694.	1687.	1681	1674.	1668	53°
60.	63	66	1661.	55.	49	42.	36.	30.	52°
78	80.	84	24.	18	12	06.	00.	1595	51°
96	98.	1502	1589	1583.	1577	1572	1566.	1561	50°
1515	1518.	22	54.	50.	45	40	34.	29.	49°
35	38.	42	24.	19	14	09.	04.	1499	48°
56.	60	63.	1494.	1489.	1485	1480	1475.	70.	47°
78.	82.	86.	66.	62	57	53	49	44	46°
1402	1406	1410	39.	35	30	26.	22.	18.	45°
26.	30	35	14	10	06	02	1398	1394	44°
30′	20′	10′	60′	50′	40′	30′	20′	10′	
ıtes			Sécantes						

Différences.	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
916	10	10000	99010	98039	97087	96154	95238	94340	93458	92593	9174
765	11	90909	90090	89286	88496	87719	86957	86207	85470	84746	8405
645	12	83333	82645	81967	81301	80645	80000	79365	78740	78125	7751
555	13	76923	76336	75758	75188	74627	74074	73529	72993	72464	7194
479	14	71429	70922	70423	69930	69444	68966	68493	68027	67568	6711
419	15	66667	66225	65789	65359	64935	64516	64103	63694	63291	6289
370	16	62500	62112	61728	61350	60976	60606	60241	59880	59524	5917
328	17	58824	58480	58140	57803	57471	57143	56818	56497	56180	5586
294	18	55556	55249	54945	54645	54348	54054	53763	53476	53191	5291
264	19	52632	52356	52083	51813	51546	51282	51020	50761	50505	5025
239	20	50000	49751	49505	49261	49020	48780	48544	48309	48077	4784
217	21	47619	47393	47170	46948	46729	46512	46296	46083	45872	4566
198	22	45455	45249	45045	44843	44643	44444	44248	44055	43860	4366
182	23	43478	43290	43103	42918	42735	42553	42373	42194	42017	4184
161	24	41667	41494	41322	41152	40984	40816	40650	40486	40323	4016
154	25	40000	39841	39683	39526	39370	39216	39063	38911	38760	3861
143	26	38462	38314	38168	38025	37879	37736	37594	37453	37313	3717
133	27	37037	36900	36765	36630	36496	36364	36232	36101	35971	3584
124	28	35714	35587	35461	35336	35211	35088	34965	34843	34722	3460
115	29	34483	34364	34247	34130	34014	33898	33784	33670	33557	3344
108	30	33333	33223	33113	33003	32895	32787	32680	32573	32468	3236
101	31	32258	32154	32051	31949	31847	31746	31646	31546	31447	3134
95	32	31250	31153	31056	30960	30864	30769	30675	30581	30488	3039
89	33	30303	30211	30120	30030	29940	29851	29762	29674	29586	2949
84	34	29412	29326	29240	29155	29070	28986	28902	28818	28736	2865
80	35	28571	28490	28409	28329	28249	28169	28090	28011	27933	2785
75	36	27778	27701	27624	27548	27473	27397	27322	27248	27174	2710
71	37	27027	26954	26882	26810	26738	26667	26596	26525	26455	2638
68	38	26316	26247	26178	26110	26042	25974	25907	25840	25775	2570
64	39	25641	25575	25510	25445	25381	25316	25253	25189	25126	2506
61	40	25000	24938	24876	24814	24752	24691	24631	24570	24510	2445
58	41	24390	331	272	213	153	096	038	25981	25925	2586
55	42	25810	25755	25697	25641	25585	25529	25474	419	364	31
53	43	256	202	148	095	041	22989	22936	22885	22831	2277
51	44	22727	22676	22624	22573	22525	472	422	371	321	27
48	45	222	175	124	075	026	21978	21930	21882	21834	2178
46	46	21739	21692	21645	21598	21552	505	459	413	368	32
44	47	277	231	186	142	097	053	008	20965	20921	2087
42	48	20833	20790	20747	20704	20661	20619	20576	534	492	45
41	49	408	367	325	284	245	202	161	121	080	04
39	50	000	19960	19920	19881	19841	19802	19763	19724	19685	1964
38	51	19608	569	531	493	455	417	380	342	305	26
36	52	231	194	157	120	084	048	011	18975	18939	1890
35	53	18868	18832	18797	18762	18727	18692	18657	622	587	55
34	54	519	484	450	416	382	349	315	282	248	21
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOMBRES.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Différences.
55	18182	18149	18116	18083	18051	18018	17986	17953	17921	17889	32
56	17857	17825	17794	17762	17730	17699	17668	17637	17606	17575	31
57	17544	17513	17483	17452	17422	17391	17361	17331	17301	17271	30
58	241	212	182	153	123	094	065	036	007	16978	29
59	16949	16920	16892	16863	16835	16807	16779	16750	16722	694	28
60	667	639	611	584	556	529	502	474	447	420	27
61	395	366	340	313	287	260	234	207	181	155	
62	129	103	077	051	026	000	15974	15949	15924	15898	26
63	15873	15848	15823	15798	15773	15748	723	699	674	649	25
64	625	601	576	552	528	504	480	456	432	408	24
65	385	361	337	314	291	267	244	221	198	175	23
66	152	129	106	083	060	038	015	14992	14970	14948	
67	14925	14903	14881	14859	14837	14815	14793	771	749	728	22
68	706	684	663	641	620	599	577	556	535	514	
69	495	472	451	430	409	388	368	347	327	306	21
70	286	265	245	225	205	184	164	144	124	104	20
71	085	065	045	025	006	15986	15966	15947	15928	15908	
72	15889	15870	15850	15831	15812	795	774	755	736	717	19
73	699	680	661	643	624	605	587	569	550	532	
74	514	495	477	459	441	423	405	387	369	351	18
75	333	316	298	280	263	245	228	210	193	175	
76	158	141	123	106	089	072	055	038	021	004	17
77	12987	12970	12953	12937	12920	12903	12887	12870	12853	12837	
78	821	804	788	771	755	739	723	706	690	674	16
79	658	642	626	610	594	579	563	547	531	515	
80	500	484	469	453	438	422	407	392	376	361	
81	346	330	315	300	285	270	255	240	225	210	15
82	195	180	165	151	136	121	107	092	077	063	
83	048	034	019	005	11990	11976	11962	11947	11933	11919	
84	11905	11891	11876	11862	848	834	820	806	792	779	14
85	765	751	737	725	710	696	682	669	655	641	
86	628	614	601	587	574	561	547	534	521	507	
87	494	481	468	455	442	429	416	403	390	377	13
88	364	351	338	325	312	299	287	274	261	249	
89	236	223	211	198	186	173	161	148	136	125	
90	111	099	086	074	062	050	038	025	013	001	12
91	10989	10977	10965	10953	10941	10929	10917	10905	10893	10881	
92	870	858	846	834	823	811	799	787	776	764	
93	753	741	730	718	707	695	684	672	661	650	11
94	638	627	616	604	593	582	571	560	549	537	
95	526	515	504	493	482	471	460	449	438	428	
96	417	406	395	384	373	363	352	341	331	320	
97	309	299	288	277	267	256	246	235	225	215	
98	204	193	183	173	163	152	142	132	121	111	
99	101	091	081	070	060	050	040	030	020	010	10
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

NOTES

D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE;

PAR

M. C. LE PAIGE,

CHARGÉ DE COURS D'ANALYSE A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE,
MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES.

NOTES

D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE.

I.

SUR UN INVARIANT DU DIXIÈME ORDRE D'UNE FORME SEXTIQUE BINAIRE.

1. Dans un travail présenté à l'Académie royale de Belgique, dans sa séance du 2 février 1878, travail dont l'Académie a bien voulu ordonner l'impression dans le recueil de ses Mémoires (*), nous avons fait voir que la condition nécessaire pour que six points représentés par une sextique binaire

$$a_x^6 \equiv (a_1, a_2, \ldots a_7)(x, y)^6 = 0,$$

soient conjugués harmoniques du troisième ordre, est la réduction à zéro d'un certain invariant du dixième ordre de cette forme, invariant que nous avons représenté par la lettre D.

Nous nous proposons de faire voir aujourd'hui comment il se rattache aux invariants fondamentaux de la sextique. Afin d'éviter l'équivoque à laquelle pourrait donner lieu l'emploi de la lettre D qui, dans les travaux des géomètres anglais, désigne un autre invariant du dixième ordre, nous représenterons la fonction dont il s'agit par le caractère $\mathfrak{D}$.

La méthode dont nous nous sommes servi pour déterminer

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XLV, pp. 158 et suiv.

cet invariant pouvant, dans certains cas, faciliter le calcul, toujours si laborieux, des fonctions symétriques des racines d'une équation, nous exposerons d'une manière rapide les procédés que nous avons employés.

Nous nous sommes, tout d'abord, appuyé sur cette proposition qui sert de base à la méthode de Cauchy.

Soit V *une fonction symétrique des racines* a, b, ... l, *d'une équation* f(x) = 0; *si l'on élimine de* V *toutes les racines, à l'exception de* a, *par exemple, et que cette fonction prenne la forme* V = F(a), *la valeur de* V *est égale au reste de la division de* F(a) *par* f(a) (*).

De plus, dans le cours du calcul, nous avons introduit de notables simplifications, qu'il serait souvent possible d'obtenir, dans d'autres questions analogues, et qui réduisent considérablement la longueur des opérations à effectuer.

2. Soit

$$x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0,$$

une équation du quatrième degré, dont les racines sont x_1, x_2, x_3, x_4; représentons par P le produit des sommes des racines de cette équation, prises trois à trois.

Nous aurons

$$P = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_4)(x_1 + x_3 + x_4)(x_2 + x_3 + x_4).$$

Comme

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -a_1,$$

nous aurons aussi

$$\begin{aligned} P &= (-1)^4(a_1 + x_1)(a_1 + x_2)(a_1 + x_3)(a_1 + x_4). \\ P &= a_1^4 + a_1^3\Sigma x_1 + a_1^2\Sigma x_1x_2 + a_1\Sigma x_1x_2x_3 + x_1x_2x_3x_4 \\ &= a_1^4 - a_1^4 + a_1^2a_2 - a_1a_3 + a_4 \\ &= a_1^2a_2 - a_1a_3 + a_4. \end{aligned}$$

(*) Cauchy, *Anc. Exerc. de Math.*, 4e ann., p. 103. Cette méthode, excessivement élégante, est d'ailleurs rapportée dans la plupart des traités d'Algèbre. V. p. ex. Serret, *Cours d'Algèbre supérieure*, 4e éd., t. Ier, p. 395.

3. Soit encore

$$f(x) = x^5 + b_1x^4 + b_2x^3 + b_3x^2 + b_4x + b_5 = 0,$$

une équation dont les racines sont

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.$$

Représentons de nouveau par P le produit

$$(x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2+x_4)(x_1+x_2+x_5)(x_1+x_3+x_4)(x_1+x_3+x_5)(x_1+x_4+x_5)$$
$$\times (x_2+x_3+x_4)(x_2+x_3+x_5)(x_2+x_4+x_5)(x_3+x_4+x_5).$$

Nous pouvons décomposer ce produit en deux facteurs P', P'', définis par les égalités

$$P' = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_4) \ldots\ldots\ldots\ldots (x_1 + x_4 + x_5)$$
$$P'' = (x_2 + x_3 + x_4)(x_2 + x_3 + x_5)(x_2 + x_4 + x_5)(x_3 + x_4 + x_5).$$

Or P'' n'est autre chose que la fonction P de l'équation

$$f_1(x) = \frac{f(x)}{x - x_1} = 0.$$

Soit

$$x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0,$$

cette équation.

On a, comme on sait,

$$a_1 = b_1 + x_1,$$
$$a_2 = b_2 + b_1x_1 + x_1^2,$$
$$a_3 = b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3,$$
$$a_4 = b_4 + b_3x_1 + b_2x_1^2 + b_1x_1^3 + x_1^4.$$

Par suite,

$$P'' = (b_1 + x_1)^2(b_2 + b_1x_1 + x_1^2) - (b_1 + x_1)(b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3)$$
$$+ (b_4 + b_3x_1 + b_2x_1^2 + b_1x_1^3 + x_1^4).$$

4. A cause de l'égalité

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -b_1,$$

on a

$$P' = (-1)^6\left[(b_1+x_4+x_5)(b_1+x_3+x_5)(b_1+x_3+x_4)(b_1+x_2+x_5)(b_1+x_2+x_4)(b_1+x_2+x_3)\right].$$

Si nous représentons par X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, les sommes des racines, prises deux à deux, de l'équation du quatrième degré

$$f_1(x) = 0,$$

nous trouvons

$$P' = b_1^6 + b_1^5 \Sigma X_1 + b_1^4 \Sigma X_1 X_2 + b_1^3 \Sigma X_1 X_2 X_3 + b_1^2 \Sigma X_1 X_2 X_3 X_4 + b_1 \Sigma X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 + X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6.$$

Les coefficients des différentes puissances de b_1 qui figurent dans le second membre, sont des fonctions symétriques des racines de l'équation

$$f_1(x) = 0;$$

par suite, nous pourrons les exprimer en fonction rationnelle de x_1 et des coefficients de l'équation

$$f(x) = 0.$$

Il nous faudrait, pour cela, calculer l'équation qui a pour racines les sommes, prises deux à deux, des racines d'une équation du quatrième degré.

Nous pourrions employer la méthode générale, indiquée par Lagrange, pour la solution de cette question (*) : cependant elle conduit à des calculs fort longs.

Le procédé suivant est beaucoup plus rapide.

Supposons que l'équation du quatrième degré soit décomposée en deux facteurs du second, c'est-à-dire que l'on ait :

$$x^4 - Ax^3 + Bx^2 - Cx + D = (x^2 - p_1 x + q_1)(x^2 - p_2 x + q_2).$$

En se servant des formules que nous avons calculées autrefois (**), on trouve que l'équation cherchée peut s'écrire

$$x^6 - 3Ax^5 + (3A^2 + 2B)x^4 - A(4B + A^2)x^3 + (2A^2B + B^2 - 4D + AC)x^2 - A(AC + B^2 - 4D)x + (ABC - A^2D - C^2) = 0.$$

(*) *Traité de la résolution des équations numériques*, 3e éd., p. 105.

(**) *Remarques sur la théorie des fractions continues périodiques* (Bull. de l'Acad. roy. de Belg., t. XLIII, p. 338).

Lorsque l'équation donnée est écrite sous la forme

$$x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0,$$

la transformée devient

$$x^6 + 3a_1x^5 + (3a_1^2 + 2a_2)x^4 + a_1(4a_2 + a_1^2)x^3 + (2a_1^2a_2 + a_2^2 + a_1a_3 - 4a_4)x^2 + a_1(a_1a_3 + a_2^2 - 4a_4)x + (a_1a_2a_3 - a_1^2a_4 - a_3^2) = 0.$$

Nous trouvons ainsi

$$\Sigma X_1 = -3(b_1 + x_1),$$

$$\Sigma X_1X_2 = 3(b_1 + x_1)^2 + 2(b_2 + b_1x_1 + x_1^2),$$

$$\Sigma X_1X_2X_3 = -(b_1 + x_1)(4b_2 + 4b_1x_1 + 4x_1^2 + b_1^2 + 2b_1x_1 + x_1^2),$$

$$\Sigma X_1X_2X_3X_4 = 2(b_1 + x_1)^2(b_2 + b_1x_1 + x_1^2) + (b_2 + b_1x_1 + x_1^2)^2 - 4(b_4 + b_3x_1 + b_2x_1^2 + b_1x_1^3 + x_1^4) + (b_1 + x_1)(b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3),$$

$$\Sigma X_1X_2X_3X_4X_5 = -(b_1 + x_1)\left[(b_1 + x_1)(b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3) + (b_2 + b_1x_1 + x_1^2)^2 - 4(b_4 + b_3x_1 + b_2x_1^2 + b_1x_1^3 + x_1^4)\right],$$

$$X_1X_2X_3X_4X_5X_6 = (b_1 + x_1)(b_2 + b_1x_1 + x_1^2)(b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3) - (b_1 + x_1)^2(b_4 + b_3x_1 + b_2x_1^2 + b_1x_1^3 + x_1^4) - (b_3 + b_2x_1 + b_1x_1^2 + x_1^3)^2.$$

Le développement des calculs serait considérable si l'on ne profitait de la remarque suivante.

Soit

$$P' = r_0 + r_1x_1 + r_2x_1^2 + \cdots - x_1^6,$$

$$P'' = q_0 + q_1x_1 + q_2x_1^2 + q_3x_1^3 + x_1^4.$$

Il est facile de s'assurer que les coefficients de x_1^6 et de x_1^4 sont -1 et $+1$.

Cela posé, on a

$$P'P'' = r_0q_0 + x_1(r_1q_0 + q_1r_0) + \cdots - x_1^{10}.$$

Mais nous savons que $P'P''$ est une fonction symétrique des racines de $f(x) = 0$; par suite elle est indépendante de x_1.

Elle ne contient pas b_3, comme on le voit par le mode de formation ; elle doit donc contenir

$$-(x_1^5 + \cdots + b_4 x_1)^2,$$

et le coefficient de $b_4 x_1$, dans $P'P''$, doit être coefficient de

$$(x_1^5 + \cdots + b_4 x_1).$$

On trouve ainsi, presque sans calculs,

$$P = (b_1^2 b_2 - b_1 b_3 + b_4)(b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4) + b_5(b_1^5 - b_1^3 b_2 + 3 b_1^2 b_3 + b_2 b_3 - 2 b_1 b_4) - b_3^2.$$

Il est facile de vérifier l'exactitude de ce résultat.

Application. — Soit

$$x_1 = x_2 = x_3 = \cdots = x_5 = 1;$$

alors

$$b_1 = -5, \quad b_2 = 10, \quad b_3 = -10, \quad b_4 = 5, \quad b_5 = -1.$$

On trouve

$$P = 59049 = 3^{10},$$

ce qui est exact.

5. A l'aide des formules qui précèdent, nous pourrons trouver l'expression du produit des sommes des racines, prises trois à trois, d'une équation du sixième degré sans second terme.

Soit

$$f(x) = x^6 + a_2 x^4 + a_3 x^3 + a_4 x^2 + a_5 x + a^6 = 0,$$

cette équation.

On a

$$x_1 + x_2 + x_3 = -(x_4 + x_5 + x_6).$$

Le produit P est formé de vingt facteurs analogues à ceux que nous venons d'écrire, égaux entre eux, deux à deux, en valeur absolue.

Dix de ces facteurs ne contiennent pas la racine x_1 ; par suite le produit P est égal au carré du produit de même forme de l'équation

$$f_1(x) = \frac{f(x)}{x - x_1} = 0.$$

Cette remarque nous permet de calculer immédiatement $\sqrt{P}$.

L'équation

$$f_1(x) = 0,$$

étant mise sous la forme

$$x^5 + b_1x^4 + b_2x^3 + b_3x^2 + b_4x + b_5 = 0,$$

on a

$$b_1 = x_1,$$
$$b_2 = a_2 + x_1^2,$$
$$b_3 = a_3 + a_2x_1 + x_1^3,$$
$$b_4 = a_4 + a_3x_1 + a_2x_1^2 + x_1^4,$$
$$b_5 = a_5 + a_4x_1 + a_3x_1^2 + a_2x_1^3 + x_1^5.$$

Par suite,

$$\begin{aligned}\sqrt{P} = &\left[x_1^2(a_2+x_1^2) - a_2x_1^2 - x_1^4 + a_4 + a_2x_1^2 + x_1^4\right]\left[x_1(a_2+x_1^2)(a_3+a_2x_1+x_1^3)\right.\\ &\left. - (a_3+a_2x_1+x_1^3)^2 - x_1^2(a_4+a_3x_1+a_2x_1^2+x_1^4)\right]\\ + &\left[a_3+a_4x_1+a_3x_1^2+a_2x_1^3+x_1^5\right]\left[x_1^5 - a_2x_1^3 - x_1^5 + 3a_3x_1^2 + 3a_2x_1^3 + 3x_1^5\right.\\ &\left. + (a_2+x_1^2)(a_3+a_2x_1+x_1^3) - 2x_1(a_4+a_3x_1+a_2x_1^2+x_1^4)\right]\\ &- (a_5+a_4x_1+a_3x_1^2+a_2x_1^3+x_1^5)^2.\end{aligned}$$

Le terme en x_1^{10} disparaît. Nous pouvons nous appuyer encore sur une remarque faite précédemment et nous borner à calculer le terme indépendant de x_1 et le coefficient de $-a_3x_1$ et remplacer $-a_3x_1$ par a_6.

Nous trouvons ainsi

$$\sqrt{P} = -a_3^2a_4 + a_2a_3a_5 - a_5^2 - a_2^2a_6 + 4a_4a_6.$$

Application. — Soit

$$x_1 = x_2 = x_3 = 1; \quad x_4 = x_5 = x_6 = -1.$$

On trouve

$$a_1 = 0, \quad a_2 = -3, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 3, \quad a_5 = 0, \quad a_6 = -1.$$
$$\sqrt{P} = -3, \quad P = 9.$$

Or il est facile de s'assurer que tous les facteurs de P sont égaux à ± 1, à l'exception de deux, égaux respectivement à $+3$ et à -3. Il est de plus évident qu'il y a autant de valeurs positives que de valeurs négatives.

6. Nous arrivons maintenant à l'objet que nous avions en vue, le calcul de la fonction $\sqrt{P}$ pour l'équation

$$U^6 + 2.3.5A.U^4 + 2^2.3^2.5(3A^2 - 25B)U^2 + 6^3\sqrt{\Delta}.U + 2^3.3^3.5(250C + 25AB - A^3) = 0,$$

donnée par le P. Joubert dans son beau travail *Sur l'équation du sixième degré* (*).

Dans le cas actuel,

$$a_2 = 5.6.A, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 5.6^2(5A^2 - 25B), \quad a_5 = 6^3\sqrt{\Delta},$$
$$a_6 = 5.6^3(250C + 25AB - A^3).$$

Par suite,

$$\sqrt{P} = -6^6\Delta - 5^3.6^5A^2(250C + 25AB - A^3) + 4.5^2.6^5(3A^2 - 25B)(250C + 25AB - A^3).$$

Nous ferons voir tantôt que cette fonction ne diffère pas de l'invariant $\mathfrak{D}$.

Dans cette égalité $6^6\Delta$ représente le discriminant de la forme

$$a_x^6 = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)(x, y)^6.$$

Si l'on pose

$$a_x^6 = b_x^6 = \cdots, \text{ et } i = (ab)^4 a_x^2 b_x^2,$$

on a

$$A = (ab)^6, \quad B = (ii')^4, \quad C = (ii')^2 (ii'')^2 (i''i)^2,$$

c'est-à-dire que A est le quadrinvariant de la sextique, B et C les deux invariants de son covariant biquadratique, obtenu par la quatrième transvection de a_x^6 sur elle-même (**).

(*) *Comptes rendus des séances de l'Acad. des Sciences*, 1867, p. 5 du tirage à part.

(**) Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen*, p. 285. V. aussi son travail, publié antérieurement dans les C. R., 1867, p. 582, qui ne diffère de la théorie exposée dans l'ouvrage cité que par la notation.

Si, au lieu de ces invariants, nous voulons employer les invariants $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$, usités dans les travaux des géomètres anglais, nous avons les relations

$$\begin{aligned} A &= \mathbf{A}, \\ B &= \mathbf{A}^2 - 56\mathbf{B}, \\ C &= \mathbf{A}^3 - 108\mathbf{AB} - 54\mathbf{C}, \\ 6^6\Delta &= \mathbf{A}^5 - 575\mathbf{A}^3\mathbf{B} - 625\mathbf{A}^2\mathbf{C} + 3125\mathbf{D}\ (^*). \end{aligned}$$

Nous aurons ainsi,

$$\mathfrak{D} = 20483\mathbf{A}^5 - 25.161104\mathbf{A}^3\mathbf{B} - 5^3.5^4.4.31.\mathbf{A}^2\mathbf{C} + 5^4.5^4.4^3.31.\mathbf{AB}^2 + 5^4.5^4.4^5.15\mathbf{BC} + 5^5\mathbf{D}.$$

7. Il nous reste, pour compléter cette étude, à montrer l'identité des fonctions $\sqrt{\mathrm{P}}$ et $\mathfrak{D}$, et à faire voir que la condition

$$\mathfrak{D} = 0,$$

exprime bien que les six points représentés par l'équation du sixième degré

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)(x, y)^6 = 0,$$

sont conjugués harmoniques du troisième ordre.

Il nous suffira, pour cela, de rappeler quelques-uns des résultats obtenus par le P. Joubert dans le Mémoire que nous avons eu l'occasion de citer.

En conservant ses notations, soient x_∞, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, les racines de l'équation proposée.

On peut les décomposer en trois couples de quinze manières distinctes.

Formons la fonction d'involution pour l'un de ces groupes, par exemple,

$$(x_\infty - x_4)(x_1 - x_3)(x_2 - x_0) + (x_0 - x_1)(x_4 - x_2)(x_3 - x_\infty).$$

(*) Salmon, *Lessons on higher Algebra*, 3d ed., p. 256. On s'apercevra aisément que nous avons, pour simplifier les expressions, introduit quelques coefficients numériques dans les invariants $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Le P. Joubert désigne cette fonction, multipliée par a_1 et d'autres analogues par u_0, u_1, u_2, u_3, u_4; $v_0, v_1, \ldots v_4$; $w_0, w_1, \ldots w_4$.

En posant

$$U_\infty = \frac{1}{6}(u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4),$$

on voit aisément que cette fonction est susceptible de prendre six valeurs U_0, U_1, U_2, U_3, U_4 et U_∞, racines de l'équation en U que nous avons écrite.

Or il est visible que toute somme telle que $U_\infty + U_0 + U_1$ ne diffère que par un facteur constant de

$$a_1\big[(x_\infty - x_0)(x_2 - x_3)(x_4 - x_1) + (x_\infty - x_1)(x_4 - x_3)(x_2 - x_0) + (x_\infty - x_3)(x_4 - x_0)(x_2 - x_1)\big],$$

ou de

$$a_1\left[x_\infty x_2 x_4 - \frac{1}{5}\Sigma x_\infty x_2 \Sigma x_0 + \frac{1}{5}\Sigma x_\infty \Sigma x_0 x_1 - x_0 x_1 x_3\right].$$

Nous avons fait voir qu'il est possible de former dix fonctions analogues à cette dernière et que le produit de ces fonctions est l'invariant du dixième ordre $\mathfrak{D}$ de la sextique (*).

Si nous appelons H_1, H_2, H_3, ... H_{10}, ces fonctions, il est visible que

$$\mathfrak{D} = a_1^{60} H_1 H_2 \ldots H_{10},$$

expression assez élégante, nous semble-t-il, de l'invariant $\mathfrak{D}$ et comparable à celle que le P. Joubert donne de l'invariant E.

On voit, par ce qui précède, que si les six points sont conjugués harmoniques, un des facteurs H, et par suite $\mathfrak{D}$, s'annule et réciproquement : on voit de plus que $\mathfrak{D}$ ne peut différer de $\sqrt{P}$ que par une constante.

(*) *Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la Géométrie,* p. 71 (Mém. cour. et mém. des sav. étr., publiés par l'Acad. roy. de Belg., t. XLII).

II.

SUR L'ÉVOLUTION.

1. Dans ses recherches de Géométrie supérieure, M. Folie a rencontré une relation curieuse entre les points d'intersection d'une transversale avec les côtés de deux triangles dont l'un est inscrit et l'autre circonscrit à une conique (*).

Il a donné à cette relation, analogue à l'une des formes qui expriment l'involution, le nom d'ÉVOLUTION.

Nous nous proposons de présenter, sur ce sujet, quelques remarques qui permettront peut-être de généraliser cette théorie et de la rattacher à l'étude des propriétés des formes algébriques.

Rappelons tout d'abord que lorsque six points d'une ponctuelle droite, 1, $1'$, 2, $2'$, 3, $3'$, sont en évolution, il existe entre ces six points la relation

$$12'.23'.31' = 1'2.2'3.3'1. \tag{1}$$

Cette relation peut s'écrire de la manière suivante

$$\frac{2'1}{2'3} : \frac{1'1}{1'3} = -\frac{21'}{23'} : \frac{11'}{13'}. \tag{2}$$

On a donc ce théorème :

I. *Lorsque six points* $11'$, $22'$, $33'$ *sont en évolution, le rapport anharmonique des points* $2'$, $1'$, 1, 3, *est égal, au signe près, au rapport anharmonique de leurs conjugués* 2, 1, $1'$, $3'$.

On voit encore que

$$\frac{12'.23'.31'}{11'.22'.33'} = -\frac{1'2.2'3.3'1}{1'1.2'2.3'3}. \tag{3}$$

Donc

II. *Le rapport anharmonique du troisième ordre des points*

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XLIII, p. 500.

$11'$, $22'$, $33'$, *est égal, au signe près, au rapport anharmonique des points* $1'1$, $2'2$, $3'3$ (*).

L'égalité (2) nous permet de mettre la relation d'évolution sous différentes formes, en faisant usage des propriétés connues du rapport anharmonique.

On sait, en effet, que si α et β désignent les rapports anharmoniques des quatre points, on a

$$\alpha + \beta = 0,$$
$$\alpha_1 + \beta_1 = 2\alpha_1\beta_1,$$
$$\alpha_2 + \beta_2 = 2.$$

De ces équations, on déduit les suivantes :

$$13.3'2.2'1' - 1'3'.32'.21 = 2\,(11'.22'.33'), \qquad (4)$$

$$21'.3'1\,(2'1'.31 - 2'1.31') + 2'1.31'\,(21.3'1' - 21'.3'1) = 0. \qquad (5)$$

On se rappellera peut-être que nous avons défini l'évolution de la manière suivante :

III. *Lorsque six points* a, a', b, b', c, c', *sont en involution, le conjugué harmonique du point* a, *par rapport à* b', c', *forme, avec les cinq autres points, une évolution* (**).

Cette définition, ou plutôt, cette propriété des points en évolution, permet d'écrire la condition d'évolution sous forme de déterminant.

Soient λ_0, λ_1, μ_0, μ_1, ν_0, ν_1, six points en involution.

On a, comme l'on sait,

$$\begin{vmatrix} 1 & \lambda_0 + \lambda_1 & \lambda_0\lambda_1 \\ 1 & \mu_0 + \mu_1 & \mu_0\mu_1 \\ 1 & \nu_0 + \nu_1 & \nu_0\nu_1 \end{vmatrix} = 0. \qquad (6)$$

Soit Λ_0, le conjugué harmonique de λ_0, par rapport à μ_1, ν_1, on a l'égalité

$$2\lambda_0\Lambda_0 - (\lambda_0 + \Lambda_0)(\mu_1 + \nu_1) + 2\mu_1\nu_1 = 0\,;$$

d'où

$$\lambda_0 = \frac{\Lambda_0(\mu_1 + \nu_1) - 2\mu_1\nu_1}{2\Lambda_0 - (\mu_1 + \nu_1)}.$$

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XLIV, p. 476.

(**) *Ibid.*, t. XLIV, p. 257.

Si nous substituons dans (6), nous trouvons

$$\begin{vmatrix} 2\Lambda_0-(\mu_1+\nu_1)(\Lambda_0-\lambda_1)(\mu_1+\nu_1)-2(\mu_1\nu_1+\Lambda_0\lambda_1)\lambda_1\Lambda_0(\mu_1+\nu_1)-2\mu_1\nu_1\Lambda_0 \\ 1 \qquad \mu_0+\mu_1 \qquad \mu_0\mu_1 \\ 1 \qquad \nu_0+\nu_1 \qquad \nu_0\nu_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

Cependant, cette équation donne la relation d'évolution sous une forme peu élégante. On peut rétablir la symétrie, au moyen du théorème suivant :

IV. *Lorsque six points* $\mathbf{11'}$, $\mathbf{22'}$, $\mathbf{33'}$ *sont en involution, les conjugués harmoniques* 1, 2, 3, *des points* $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$, *par rapport à* 2′3′, 3′1′, 1′2′, *sont en évolution avec* 1′, 2′, 3′.

Remarquons, en effet, que l'on a :

$$\mathbf{12'}.\mathbf{23'}.\mathbf{31'} = -1'\mathbf{2}.2'\mathbf{3}.3'\mathbf{1}.$$

Mais on a aussi

$$\mathbf{12'}.\mathbf{13'} = -\mathbf{13'}.\mathbf{12'},$$
$$\mathbf{23'}.\mathbf{21'} = -\mathbf{21'}.\mathbf{23'},$$
$$\mathbf{31'}.\mathbf{32'} = -\mathbf{32'}.\mathbf{31'}.$$

Multipliant ces trois égalités membre à membre, nous trouvons

$$\mathbf{12'}.\mathbf{23'}.\mathbf{31'}.\mathbf{13'}.\mathbf{32'}.\mathbf{21'} = -\mathbf{13'}.\mathbf{21'}.\mathbf{32'}.\mathbf{12'}.\mathbf{23'}.\mathbf{31'};$$

d'où

$$12'.23'.31' = 1'2.2'3.3'1.$$

En employant des notations analogues à celles dont nous venons de faire usage, nous avons les relations

$$\begin{vmatrix} 1 & \lambda_0+\lambda_1 & \lambda_0\lambda_1 \\ 1 & \mu_0+\mu_1 & \mu_0\mu_1 \\ 1 & \nu_0+\nu_1 & \nu_0\nu_1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2\Lambda_0\lambda_0 - (\Lambda_0+\lambda_0)(\mu_1+\nu_1) + 2\mu_1\nu_1 = 0,$$
$$2M_0\mu_0 - (M_0+\mu_0)(\nu_1+\lambda_1) + 2\nu_1\lambda_1 = 0,$$
$$2N_0\nu_0 - (N_0+\nu_0)(\lambda_1+\mu_1) + 2\lambda_1\mu_1 = 0.$$

En éliminant λ_0, μ_0, ν_0, on obtient enfin :

$$\begin{vmatrix} 2\Lambda_0-(\mu_1+\nu_1)(\Lambda_0-\lambda_1)(\mu_1+\nu_1)-2(\mu_1\nu_1+\Lambda_0\lambda_1)\Lambda_0\lambda_1(\mu_1+\nu_1)-2\Lambda_0\mu_1\nu_1 \\ 2M_0-(\nu_1+\lambda_1)(M_0-\mu_1)(\nu_1+\lambda_1)-2(\nu_1\lambda_1+M_0\mu_1)M_0\mu_1(\nu_1+\lambda_1)-2M_0\nu_1\lambda_1 \\ 2N_0-(\lambda_1+\mu_1)(N_0-\nu_1)(\lambda_1+\mu_1)-2(\lambda_1\mu_1+N_0\nu_1)N_0\nu_1(\lambda_1+\mu_1)-2N_0\lambda_1\mu_1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. On pourrait se proposer de rechercher dans quel cas une sextique binaire représente six points en évolution. Nous nous bornerons à indiquer la marche que l'on aurait à suivre, sans entreprendre le calcul.

En nous rappelant les notations de l'article précédent, nous verrons que si

$$U_0 + U_1 + 2U_2 = 0,$$

les six points représentés par la sextique sont en évolution.

Il faudrait donc former l'équation qui a pour racines ces fonctions des racines de l'équation en U.

Le dernier terme de cette équation, égalé à zéro, donnerait la condition nécessaire pour que les six points soient en évolution.

3. L'évolution se rattache intimement à l'homologie, comme on peut s'en convaincre aisément.

On a, par exemple, ce théorème qu'il suffit d'énoncer :

V. *Étant donnés un triangle et trois droites concourantes, issues des sommets, si d'un même point on mène des droites aux trois sommets, et aux trois points déterminés sur les côtés opposés, ces droites forment deux ternes en évolution.*

Si, au lieu de nous borner aux deux triangles, l'un inscrit, l'autre circonscrit à une même conique Σ, nous faisons intervenir l'axe d'homologie Δ, et que nous désignions par 0 le point d'intersection d'une transversale avec Δ, nous obtenons les relations d'évolution

$$\left.\begin{aligned} 21'.02'.33' &= 3'0.1'3.2'2, \\ 13'.01'.22' &= 2'0.3'2.1'1, \\ 32'.03'.11' &= 1'0.2'1.3'3, \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

qui, multipliées entre elles, reproduisent la relation (1).

Nous ne donnerons pas la démonstration de ces égalités.

Il suffira de faire remarquer qu'elles se déduisent aisément de la propriété suivante :

La conique Σ *et la droite* Δ, *et les deux triangles peuvent être considérés comme trois courbes du troisième ordre en involution.*

III.

SUR UNE INTÉGRALE TRIPLE.

Nous avons démontré autrefois la relation suivante

$$-(2q+1)B_{2q-1}=\frac{2q.2q-1}{1.2}B_{2q-3}B_1+\frac{2q.2q-1.2q-2.2q-3}{1.2.3.4}B_{2q-5}B_3+\cdots$$
$$+\frac{2q.2q-1}{1.2}B_1B_{2q-3}, \qquad (1)$$

où B_1, B_3, ... B_{2q-1} représentent les nombres de Bernoulli (*).

M. Catalan en a déduit, par des transformations élégantes, l'intégrale définie suivante (**) :

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{(x+y)^{2q-2}-(x-y)^{2q-2}}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}\,dxdy=(-1)^{q-1}\frac{2q+1}{4q.2q-1}B_{2q-1}. \qquad (2)$$

Nous nous proposons de faire, de la formule (1), une application différente, qui nous conduit à une intégrale triple.

Supposons que le nombre q soit impair.

Le nombre des termes du second membre de l'équation (1) est pair, et ces termes sont égaux deux à deux.

On a donc

$$-(2q+1)B_{2q-1}=2\left[\frac{2q.2q-1}{1.2}B_{2q-3}B_1+\frac{2q.2q-1.2q-2.2q-3}{1.2.3.4}B_{2q-5}B_3+\cdots\right.$$
$$\left.+\frac{2q.2q-1\ldots q-2}{1.2\ldots q-1}B_qB_{q-2}\right]. \qquad (3)$$

Or, on a, comme l'on sait

$$B_{2p-1}=\pm 4p\int_0^\infty \frac{x^{2p-1}dx}{e^{2\pi x}-1}.$$

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XLI, p. 1017.

(**) *Notes d'Algèbre et d'Analyse*, p. 15.

Au moyen de cette relation, l'équation (3) peut s'écrire :

$$-(2q+1)B_{2q-1}=2\left[\frac{2q.2q-1}{1.2}4(q-1).4\int_0^\infty\int_0^\infty\frac{x^{2q-3}ydxdy}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}\right.$$

$$+\frac{2q.2q-1.2q-2.2q-3}{1.2.3.4}4(q-2).8\int_0^\infty\int_0^\infty\frac{x^{2q-5}y^3dxdy}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}+\cdots$$

$$\left.+\frac{2q.2q-1\ldots q+2}{1.2\ldots q-1}4.\frac{q+1}{2}.4.\frac{q-1}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty\frac{x^qy^{q-2}dxdy}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}\right];$$

ou bien encore

$$-(2q+1)B_{2q-1}=16.q.2q-1\int_0^\infty\int_0^\infty\frac{dxdy}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}\left[\frac{(2q-2)}{1}x^{2q-3}y\right.$$

$$\left.+\frac{(2q-2)(2q-3)(2q-4)}{1.2.3}x^{2q-5}y^3+\cdots+\frac{(2q-2)(2q-3)\ldots(q+1)}{1.2.3\ldots q-2}x^qy^{q-2}\right].$$

Mais on a aussi :

$$(x+y)^{2q-2}=x^{2q-2}+\frac{2q-2}{1}x^{2q-3}y+\frac{2q-2.2q-3}{1.2}x^{2q-4}y^2+\cdots+y^{2q-2},$$

$$(x-y)^{2q-2}=x^{2q-2}-\frac{2q-2}{1}x^{2q-3}y+\frac{2q-2.2q-3}{1.2}x^{2q-4}y^3+\cdots+y^{2q-2}.$$

La quantité, entre parenthèses, dans l'égalité (4), est la différence de ces deux développements, arrêtés à leurs $q-1$ premiers termes.

Mais la formule de Poisson (*) donne

$$\alpha^m+\frac{m}{1}\alpha^{m-1}\beta+\frac{m.m-1}{1.2}\alpha^{m-2}\beta^2+\cdots+C_{m,p}\alpha^{m-p}\beta^p$$

$$=(p+1)C_{m,p+1}\alpha^{m-p}\beta^p\int_0^1\frac{z^{m-p-1}dz}{(\beta+\alpha z)^{m+1}},$$

avec la condition $\alpha+\beta=1$.

Si nous développons

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^m,$$

(*) *Recherches sur la probabilité des Jugements.* V. aussi Catalan, *Mélanges mathématiques* (Mém. de la Soc. roy. des Sciences, 2e série, t. II, p. 346).

α et β étant quelconques, nous aurons donc

$$\frac{\alpha^m + \frac{m}{1}\alpha^{m-1}\beta + \cdots + C_{m,p}\alpha^{m-p}\beta^p}{(\alpha+\beta)^m} = (p+1)\,C_{m,p+1}\frac{\alpha^{m-p}\beta^p}{(\alpha+\beta)^m}\int_0^1 \frac{(\alpha+\beta)^{m+1}z^{m-p-1}dz}{(\beta+\alpha z)^{m+1}},$$

ou

$$\alpha^m + \frac{m}{1}\alpha^{m-1}\beta + \cdots + C_{m,p}\alpha^{m-p}\beta^p = (p+1)\,C_{m,p+1}\alpha^{m-p}\beta^p\int_0^1 \frac{(\alpha+\beta)^{m+1}z^{m-p-1}dz}{(\beta+\alpha z)^{m+1}}. \qquad (5)$$

Cette transformée de la formule de Poisson se prête mieux aux applications.

En appliquant cette formule, nous trouvons que la quantité entre parenthèses de l'égalité (4) est égale à

$$\frac{1}{2}(q-1)\,C_{2q-2,q-1}x^q y^{q-1}\int_0^1 \left\{\left(\frac{x+y}{x+yz}\right)^{2q-1} - \left(\frac{x-y}{x-yz}\right)^{2q-1}\right\} z^{q-1}dz.$$

On a, par conséquent,

$$-(2q+1)\,B_{2q-1} = 2.(2q-2)(2q-1)2q.C_{2q-2,q-1}\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^1 \frac{x^q y^{q-1}z^{q-1}}{(e^{2\pi x}-1)(e^{2\pi y}-1)}\left[\left(\frac{x+y}{x+yz}\right)^{2q-1} - \left(\frac{x-y}{x-yz}\right)^{2q-1}\right]dxdydz. \qquad (6)$$

Cette intégrale, ou plutôt la fonction comprise sous le signe d'intégration, n'est pas symétrique en x et en y.

On pourrait arriver aisément à une fonction symétrique, en remarquant que le second membre ne change pas de valeur si l'on remplace x par y, puisque ce changement revient à un mode de représentation différent des nombres de Bernoulli.

En faisant la somme des deux intégrales ainsi obtenues, on

trouverait une expression symétrique, mais beaucoup plus compliquée.

M. Catalan a donné, de la relation (2), une interprétation géométrique élégante : l'égalité (6) pourrait s'interpréter d'une façon analogue, en considérant l'intégrale triple du second membre comme représentant la fonction potentielle d'une certaine masse agissante.

SUR QUELQUES POINTS

DE LA

THÉORIE DES FORMES ALGÉBRIQUES;

PAR

M. C. LE PAIGE,

CHARGÉ DE COURS D'ANALYSE A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE,

MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES.

SUR QUELQUES POINTS

DE LA

THÉORIE DES FORMES ALGÉBRIQUES.

1. La plupart des propriétés des formes algébriques se démontrent fort aisément, comme l'on sait, au moyen du calcul symbolique, effectué sur les polynômes homogènes, à un nombre quelconque de variables, et dont les coefficients sont affectés des coefficients polynomiaux.

Dans la plupart des cas, en effet, on peut considérer une forme quelconque comme un monôme et effectuer sur ce dernier les opérations auxquelles se réduisent toutes les transformations qui donnent naissance aux formes invariantives, c'est-à-dire les *transvections* (Uebersehiebungen).

Cependant, l'illustre Géomètre auquel la théorie des formes est redevable de tant de progrès, M. Sylvester, a récemment fait connaître une propriété importante qui se révèle seulement pour les formes algébriques dans lesquelles les coefficients poly-

nomiaux sont remplacés par les racines carrées de ces coefficients (*).

On appelle formes *préparées* les formes ainsi écrites.

Par exemple

$$u = a_0 x_1^n + \sqrt{n_1} a_1 x_1^{n-1} x_2 + \sqrt{n_2} a_2 x_1^{n-2} x_2^2 + \cdots + a_n x_2^n,$$

est une forme préparée.

On pourrait employer, pour ces formes, la notation

$$a_x^{\sqrt{n}}$$

qui jouit de quelques-unes des propriétés de l'expression symbolique

$$a_x^n.$$

Ainsi la polaire

$$\frac{1}{n}\left(y_1 \frac{du}{dx_1} + y_2 \frac{du}{dx_2}\right),$$

pourrait s'écrire

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\left(y_1 \frac{du}{dx_1} + y_2 \frac{du}{dy_2}\right) = a_x^{\sqrt{n-1}} a_y,$$

égalité qui servirait de définition à l'expression symbolique.

Néanmoins, il serait nécessaire d'introduire d'autres conventions pour arriver au calcul des transvections.

II. Tout d'abord, nous rappellerons, en peu de mots, la propriété découverte par M. Sylvester.

Si l'on effectue, sur les variables d'une forme quelconque, une substitution de module K

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \cdots & k_{mm} \end{vmatrix},$$

les paramètres de la forme sont soumis à une certaine substitution, dépendant de la première, et que l'on peut dire *induite* par

(*) *Journal de Borchardt*, t. LXXXV, p. 91.

celle-ci. Cela posé, si l'on désigne en général par K_{ab}, le mineur de k_{ab} dans le déterminant K, on dira que la substitution

$$\begin{vmatrix} \frac{K_{11}}{K} & \frac{K_{12}}{K} & \cdots & \frac{K_{1m}}{K} \\ \frac{K_{21}}{K} & \frac{K_{22}}{K} & \cdots & \frac{K_{2m}}{K} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{K_{m1}}{K} & \frac{K_{m2}}{K} & \cdots & \frac{K_{mm}}{K} \end{vmatrix},$$

est *inverse* de la première (*).

Le théorème de M. Sylvester peut alors s'énoncer de la manière suivante :

« *Deux substitutions inverses, opérées sur les variables d'une forme préparée, induisent deux substitutions inverses sur les coefficients.* »

Ce beau théorème a été démontré par M. Lipschitz d'une façon tout à fait générale et fort élégante (**).

III. Nous avons été amené à reconnaître une seconde propriété des formes préparées (***), intimement liée à la première et susceptible des mêmes applications que le théorème de M. Sylvester.

Nous appellerons, avec Gauss (****), substitutions *transposées* les deux substitutions

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \cdots & k_{mm} \end{vmatrix}, \quad \nabla = \begin{vmatrix} h_{11} & k_{21} & \cdots & k_{m1} \\ k_{12} & k_{22} & \cdots & k_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{1m} & k_{2m} & \cdots & k_{mm} \end{vmatrix},$$

et nous énoncerons le théorème suivant :

« *Deux substitutions transposées, opérées sur les variables*

(*) Gauss emploie la dénomination d'*adjointe : Disquisitiones Arithmeticæ.* A° 268 (Werke, 1ter Band, S. 304).

(**) *American Journal of Mathematics,* t. I, p. 336.

(***) *Mathematische Annalen,* t. XV, p. 207.

(****) Gauss, *op. cit.* A° 268. Jacobi appelle ces substitutions conjuguées. *J. de Borchardt,* t. LIII, p. 265. Cf. Kronecker, *Berl. Monatsb.* Avril 1874.

d'une forme préparée, induisent deux substitutions transposées sur les coefficients. »

Il est facile de faire usage des notations symboliques pour la démonstration de cette proposition.

Afin de rendre plus claire la démonstration, nous nous bornerons d'abord au cas des formes binaires, puis nous l'étendrons aux formes à un nombre quelconque de variables.

Soient

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{21} \\ k_{12} & k_{22} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix},$$

les deux substitutions transposées, opérées sur une forme non préparée

$$a_x^n = (a_1x_1 + a_2x_2)^n = b_0x_1^n + n_1b_1x_1^{n-1}x_2 + n_2b_2x_1^{n-2}x_2^2 + \cdots + b_nx_2^n.$$

Cette forme deviendra, successivement,

$$(a_1'x_1' + a_2'x_2')^n = b_0'x_1'^n + n_1b_1'x_1'^{n-1}x_2' + \cdots + b_n'x_2'^n,$$
$$(A_1'x_1' + A_2'x_2')^n = B_0'x_1'^n + n_1B_1'x_1'^{n-1}x_2' + \cdots + B_n'x_2'^n.$$

Mais nous savons que

$$a_1' = k_{11}a_1 + k_{12}a_2,$$
$$a_2' = k_{21}a_1 + k_{22}a_2,$$

et que

$$A_1' = k_{11}a_1 + k_{21}a_2,$$
$$A_2' = k_{12}a_1 + k_{22}a_2.$$

Par suite

$$b_p' = (k_{11}a_1 + k_{12}a_2)^{n-p}(k_{21}a_1 + k_{22}a_2)^p,$$
$$B_q' = (k_{11}a_1 + k_{21}a_2)^{n-q}(k_{12}a_1 + k_{22}a_2)^q.$$

Formons les coefficients de $a_1^{n-q}a_2^q$ ou b_q et de $a_1^{n-p}a_2^p$ ou b_p dans les deux développements.

Appelons $A_{p,q}$ le premier cœfficient, et $[A_{q,p}]$, le second.

Nous aurons

$$[A_{q,p}] = \binom{n-q}{p} k_{12}^q k_{11}^{n-p-q} k_{21}^p + \binom{n-q}{p-1}\binom{q}{1} k_{12}^{q-1} k_{11}^{n-p-q+1} k_{21}^{p-1} k_{22} + \cdots$$

$$A_{p,q} = \binom{n-p}{q} k_{21}^p k_{11}^{n-p-q} k_{12}^q + \binom{n-p}{q-1}\binom{p}{1} k_{21}^{p-1} k_{22} k_{11}^{n-p-q+1} k_{12}^{q-1} + \cdots$$

Les différents termes de ces deux développements ne diffèrent que par les coefficients numériques.

Mais à cause de la relation

$$\binom{n-p}{q-s}\binom{p}{s}\binom{n}{p} = \binom{n-q}{p-s}\binom{q}{s}\binom{n}{q},$$

on a

$$\binom{n}{p} A_{p,q} = \binom{n}{q} [A_{q,p}]. \qquad (A)$$

Cette égalité contient toute la démonstration.

En effet, nous avons

$$b'_p = A_{p,0}\, b_0 + A_{p,1}\, b_1 + \cdots + A_{p,q}\, b_q + \cdots + A_{p,n}\, b_n;$$
$$B'_q = [A_{q,0}]\, b_0 + [A_{q,1}]\, b_1 + \cdots + [A_{q,p}]\, b_p + \cdots + [A_{q,n}]\, b_n.$$

Si maintenant nous voulons écrire les fonctions a^n_x, a'^n_x, A'^n_x, sous la forme préparée, et si nous désignons par α_p, α'_p, ω_p les coefficients de ces dernières, nous aurons les relations :

$$\alpha_p = \sqrt{\binom{n}{p}}\, b_p, \quad \alpha'_p = \sqrt{\binom{n}{p}}\, b'_p, \quad \omega_p = \sqrt{\binom{n}{p}}\, B'_p.$$

Par suite

$$\alpha'_p = \sum_{q=0}^{q=n} \frac{\sqrt{\binom{n}{p}}}{\sqrt{\binom{n}{q}}}\, A_{p,q}\, \alpha_q,$$

$$\omega_q = \sum_{p=0}^{p=n} \frac{\sqrt{\binom{n}{q}}}{\sqrt{\binom{n}{p}}}\, [A_{q,p}]\, \alpha_p.$$

De l'égalité (A), il résulte que le coefficient de α_q, dans le développement de α'_p, est égal au coefficient de α_p, dans le développement de ω_q.

Ceci démontre le théorème.

IV. Nous allons faire voir, le plus rapidement possible, que cette démonstration s'applique à un nombre quelconque de variables.

Soit encore

$$a_x^n = (a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_mx_m)^n = \varpi_0 b_0 X_0 + \varpi_1 b_1 X_1 + \cdots + \varpi_\nu b_\nu X_\nu,$$

ϖ_0, ϖ_1, ... ϖ_ν désignant les coefficients polynomiaux.

Effectuons sur les variables les deux substitutions transposées Δ, ∇, nous trouvons :

$$a_x^n = a_x'^n = \varpi_0 b_0' X_0' + \varpi_1 b_1' X_1' + \cdots + \varpi_\nu b_\nu' X_\nu',$$

et

$$a_x^n = A_x'^n = \varpi_0 B' X_0' + \varpi_1 B_1' X_1' + \cdots + \varpi_\nu B_\nu' X_\nu'.$$

$$a_1' = k_{11}a_1 + k_{12}a_2 + \cdots + k_{1m}a_m, \text{ etc.}$$

$$A_1' = k_{11}a_1 + k_{21}a_2 + \cdots + k_{m1}a_m, \text{ etc.}$$

Soit

$$b_p = a_1^q a_2^r \ldots a_m^s,$$

avec la condition

$$q + r + \cdots + s = n.$$

Nous aurons

$$b_p' = (k_{11}a_1 + k_{12}a_2 + \cdots + k_{1m}a_m)^q (k_{21}a_1 + k_{22}a_2 + \cdots + k_{2m}a_m)^r \ldots (k_{m1}a_1 + k_{m2}a_2 + \cdots + k_{mm}a_m)^s.$$

Le coefficient de

$$b_{p'} = a_1^{q'} a_2^{r'} \ldots a_m^{s'}, \quad (q' + r' + \cdots + s' = n)$$

dans b_p', sera

$$\Sigma Q(t_1, v_1, \ldots u_1) R(t_2, v_2, \ldots u_2) \ldots S(t_m, v_m, \ldots u_m) k_{11}^{t_1} k_{21}^{t_2} \ldots k_{m1}^{t_m} \times k_{12}^{v_1} k_{22}^{v_2} \ldots k_{m2}^{v_m} \times \cdots \times k_{1m}^{u_1} k_{2m}^{u_2} \ldots k_{mm}^{u_m}.$$

Celui de b_p dans B_q' sera

$$\Sigma Q(t_1', v_1', \ldots u_1') R(t_2', v_2', \ldots u_2') \ldots S(t_m', v_m', \ldots u_m') k_{11}^{t_1'} k_{21}^{v_1'} \ldots k_{m1}^{u_1'} \times k_{12}^{t_2'} k_{22}^{v_2'} \ldots k_{m2}^{u_2'} \times \cdots \times k_{1m}^{t_m'} k_{2m}^{v_m'} \ldots k_{mm}^{u_m'}.$$

On a, évidemment, les conditions

$$\left.\begin{aligned} t_1 + t_2 + \cdots + t_m &= q', \\ v_1 + v_2 + \cdots + v_m &= r', \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ u_1 + u_2 + \cdots + u_m &= s' \end{aligned}\right\} \qquad (B)$$

et

$$\left.\begin{aligned} t_1 + v_2 + \cdots + u_1 &= q, \\ t_2 + v_2 + \cdots + u_2 &= r, \\ \cdots\cdots\cdots & \end{aligned}\right\} \qquad (C)$$

pour le premier système.

Pour le second, on a

$$\left.\begin{aligned} t'_1 + t'_2 + \cdots + t'_m &= q, \\ v'_1 + v'_2 + \cdots + v'_m &= r, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ u'_1 + u'_2 + \cdots + u'_m &= s \end{aligned}\right\} \qquad (B')$$

et

$$\left.\begin{aligned} t'_1 + v'_1 + \cdots + u'_1 &= q', \\ t'_2 + v'_2 + \cdots + u'_2 &= r', \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ t'_m + v'_m + \cdots + u'_m &= s'. \end{aligned}\right\} \qquad (C')$$

Par suite, les parties littérales des deux sommes écrites plus haut sont égales, car toute solution de (B) est une solution de (C') et toute solution de (C), une solution de (B').

Les fonctions numériques, Q, R, ... S, etc., sont définies par les égalités

$$Q(t_1, v_1, \ldots u_1) = \frac{1.2.3\ldots q}{1.2.3\ldots t_1 . 1.2.3\ldots u_1 . 1.2.3\ldots v_1} \text{ etc.}$$

Or il est visible que le rapport des coefficients numériques de deux termes des deux sommes, ayant même partie littérale, est

$$\frac{1.2.3\ldots q . 1.2.3\ldots r . 1.2.3\ldots l . 1.2.3\ldots n - q - r - \cdots - l}{1.2.3\ldots q' . 1.2.3\ldots r' . 1.2.3\ldots l' . 1.2.3\ldots n - q' - r' - \cdots - l'}$$

ou $$\frac{\varpi_{p'}}{\varpi_p}.$$

On retrouve ainsi, dans le cas général, l'égalité (A).

Il nous paraît inutile de pousser plus loin la démonstration, qui s'achève comme dans le cas des formes binaires.

V. De ce théorème se déduit aisément la proposition de M. Sylvester.

Soit

$$a_x^{\sqrt[n]{}} = \sqrt{\varpi_0}a_0X_0 + \sqrt{\varpi_1}a_1X_1 + \cdots + \sqrt{\varpi_\nu}a_\nu X_\nu,$$

une forme algébrique préparée, à m variables $x_1, x_2, \ldots x_m$.

Si nous appliquons aux variables successivement les deux substitutions transposées Δ, ∇, nous induisons sur les coefficients les deux substitutions, également transposées

$$\Delta' = \begin{vmatrix} l_{11} & l_{12} & \ldots & l_{1\nu} \\ l_{21} & l_{22} & \ldots & l_{2\nu} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ l_{\nu 1} & l_{\nu 2} & \ldots & l_{\nu\nu} \end{vmatrix}, \quad \nabla' = \begin{vmatrix} l_{11} & l_{21} & \ldots & l_{\nu 1} \\ l_{12} & l_{22} & \ldots & l_{\nu 2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ l_{1\nu} & l_{2\nu} & \ldots & l_{\nu\nu} \end{vmatrix},$$

La substitution ∇, appliquée à $a_x^{\sqrt[n]{}}$, nous conduit à

$$a_y'^{\sqrt[n]{}} = \sqrt{\varpi_0}a_0'Y_0 + \sqrt{\varpi_1}a_1'Y_1 + \cdots + \sqrt{\varpi_\nu}a_\nu'Y_\nu;$$

la substitution induite est ∇'.

Il est évident que si nous remplaçons, dans la forme $a_y'^{\sqrt[n]{}}$, les y, par les x, ce qui se fait par la substitution D inverse de Δ, nous sommes ramené à $a_x^{\sqrt[n]{}}$.

Mais on voit que les a' s'expriment au moyen des a, par la substitution D', inverse de Δ'.

Or, comme il ne s'agit ici que de déterminer les substitutions, il est démontré qu'une substitution D, inverse de Δ, induit sur les paramètres une substitution D', inverse de Δ'.

C'est précisément le théorème de M. Sylvester, dont on a ainsi une démonstration purement algébrique.

VI. On pourrait, d'ailleurs, employer la méthode de M. Lipschitz, méthode qui permet comme l'autre de faire ressortir la liaison intime existant entre les deux propriétés des formes préparées.

Nous allons exposer ce point en nous servant des notations employées dans le Mémoire du savant Professeur de Bonn, et en reproduisant la démonstration de notre théorème qu'il a bien voulu nous communiquer.

Soit

$$F(x_1, x_2, \dots x_n) = \sqrt{\varpi_0} f_0 X_0 + \sqrt{\varpi_1} f_1 X_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu} f_\nu X_\nu, \quad (1)$$

une forme préparée, dans laquelle on opère, sur les variables, une substitution

$$x_a = k_{a,1} y_1 + k_{a,2} y_2 + \dots + k_{a,n} y_n . (a = 1, 2, \dots n). \quad (2)$$

La forme devient

$$G(y_1, y_2, \dots y_n) = \sqrt{\varpi_0} g_0 Y_0 + \sqrt{\varpi_1} g_1 Y_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu} g_\nu Y_\nu, \quad (3)$$

et la substitution opérée sur les coefficients est

$$\sum \pm \left[\frac{dg_0}{df_0} \cdot \frac{dg_1}{df_1} \cdots \frac{dg_\nu}{df_\nu} \right]. \quad (4)$$

Si l'on applique, au contraire, la substitution

$$x_a = \frac{K_{a,1}}{K} z_1 + \frac{K_{a,2}}{K} z_2 + \dots + \frac{K_{a,n}}{K} z_n, \quad (5)$$

on trouve

$$H(z_1, z_2, \dots z_n) = \sqrt{\varpi_0} h_0 Z_0 + \sqrt{\varpi_1} h_1 Z_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu} h_\nu Z_\nu. \quad (6)$$

Or, dans son Mémoire, M. Lipschitz fait voir que le théorème de M. Sylvester se traduit, algébriquement, par l'égalité

$$\frac{df_\alpha}{dh_\beta} = \frac{dg_\beta}{df_\alpha}. \quad (7)$$

Ces indications suffisent pour comprendre la démonstration donnée par M. Lipschitz.

« D'abord, je remarque que les dérivées partielles, désignées par $\frac{df_\alpha}{dh_\beta}$, sont composées exclusivement des coefficients de la substitution.

Donc, si après avoir appliqué à la forme $F(x_1, x_2, \dots x_n)$, la substitution

$$x_a = k_{1,a}r_1 + k_{2,a} + \dots + k_{n,a}r_n,$$

qui provient, par transposition, de la substitution (2), vous formez le résultat

$$F(x_1, x_2, \dots x_n) = L(r_1, r_2, \dots r_n),$$

$$L = \sqrt{\varpi_0}l_0R_0 + \sqrt{\varpi_1}l_1R_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu}l_\nu R_\nu,$$

où R_0, R_1, ... R_ν dénotent les mêmes fonctions de r_1, r_2, ... r_n que X_0, X_1, ... X_ν de x_1, x_2, ... x_n, vous aurez les expressions des variables r_a,

$$r_a = \frac{K_{a,1}x_1 + K_{a,2}x_2 + \dots + K_{a,n}x_n}{K}.$$

En conséquence, les r_a dépendent des x tout à fait de la même manière que les x_a dépendent des z dans le système (5).

C'est pourquoi la comparaison de l'équation

$$\sqrt{\varpi_0}l_0R_0 + \sqrt{\varpi_1}l_1R_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu}l_\nu R_\nu$$
$$= \sqrt{\varpi_0}f_0X_0 + \sqrt{\varpi_1}f_1X_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu}f_\nu X_\nu,$$

avec l'équation contenue dans mon Mémoire

$$\sqrt{\varpi_0}f_0X_0 + \sqrt{\varpi_1}f_1X_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu}f_\nu X_\nu$$
$$= \sqrt{\varpi_0}h_0Z_0 + \sqrt{\varpi_1}h_1Z_1 + \dots + \sqrt{\varpi_\nu}h_\nu Z_\nu,$$

met en évidence que la dérivée partielle $\frac{dl_\alpha}{df_\beta}$ signifie la même chose que la dérivée partielle $\frac{df_\alpha}{dh_\beta}$.

Or la relation (7)

$$\frac{df_\alpha}{dh_\beta} = \frac{dg_\beta}{df_\alpha},$$

étant prouvée, on a de même la relation

$$\frac{dl_\alpha}{df_\beta} = \frac{dg_\beta}{df_\alpha},$$

qui exprime votre théorème pour une forme d'un nombre quelconque de variables. »

VII. Nous ne démontrerons pas les propriétés qui résultent immédiatement de ces théorèmes, quant à l'action mutuelle des formes invariantives les unes sur les autres.

Le théorème de M. Sylvester a permis d'ajouter différentes formes d'opérations invariantes, à celles que l'on connaissait déjà, formes qui contiennent les symboles différentiels $\frac{d}{da}$, $\frac{d}{db}$, etc., pris par rapport aux paramètres.

On ne connaissait guère, dans ce genre, que le symbole

$$\sum_{i=0}^{i=n} \alpha_i \frac{d}{da_i}.$$

Voici une démonstration fort simple de la propriété invariantive de ce symbole, différente de celle qui se trouve, par exemple, dans les traités de M. Salmon et de Clebsch (*).

Les variables

$$\begin{matrix} \alpha_0, & \alpha_1, & \dots & \alpha_n, \\ a_0, & a_1, & \dots & a_n, \end{matrix}$$

étant cogrédientes, les deux séries

$$\alpha_0, \quad \alpha_1, \quad \dots \quad \alpha_n,$$
$$\frac{d}{da_0}, \quad \frac{d}{da_1}, \quad \dots \quad \frac{d}{da_n},$$

sont contragrédientes.

Par suite, la somme que nous avons écrite est un divariant.

(*) V. aussi Clebsch, *Ueber symbolische Darstellung algebraischen Formen* (Journal de Borchardt, t. LIX, p. 5).

La même démonstration s'applique au symbole

$$\sum x_i \frac{d}{dy_i},$$

qui permet d'introduire, dans un covariant, une nouvelle série de variables.

VIII. Il peut être intéressant de connaître la valeur des déterminants que nous avons désignés, plus haut, par Δ' et ∇'.

Un moyen simple de déterminer cette valeur consiste à former un invariant particulier d'un système de formes algébriques.

Soit, par exemple, $n = 3$, $m = 2$; $\Delta = (\alpha\beta' - \beta\alpha')$.

$$\Delta' = \begin{vmatrix} \alpha^3 & \sqrt{3}\alpha^2\alpha' & \sqrt{3}\alpha\alpha'^2 & \alpha'^3 \\ \sqrt{3}\alpha^2\beta & \alpha^2\beta' + 2\alpha\alpha'\beta & \alpha'^2\beta + 2\alpha\alpha'\beta' & \sqrt{3}\alpha'^2\beta' \\ \sqrt{3}\alpha\beta^2 & \alpha'\beta^2 + 2\alpha\beta\beta' & \alpha\beta'^2 + 2\alpha'\beta\beta' & \sqrt{3}\alpha'\beta'^2 \\ \beta^3 & \sqrt{3}\beta^2\beta' & \sqrt{3}\beta\beta'^2 & \beta'^3 \end{vmatrix}.$$

Or, si nous formons le combinant,

$$\mathrm{P} = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_1 & c_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix},$$

des quatre formes

$$a_x^{\sqrt{3}}, \quad b_x^{\sqrt{3}}, \quad c_x^{\sqrt{3}}, \quad d_x^{\sqrt{3}},$$

on a

$$\mathrm{P}' = \partial^{\lambda} \mathrm{P},$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(3.1 + 3.1 + 3.1 + 3.1) = \frac{4.3}{1.2}.$$

Mais il est visible que

$$\mathrm{P}' = \Delta' \mathrm{P}.$$

Donc

$$\Delta' = \partial^{\frac{4.3}{1.2}}.$$

En général

$$\Delta' = \partial^{\frac{n(n+1)}{1.2}}.$$

Le théorème est un cas particulier d'une propriété plus générale, due, pensons-nous, à M. Brioschi. Aussi ne donnons-nous cette proposition que comme application d'une méthode qui permet de découvrir plusieurs propriétés des déterminants, comme nous allons le faire voir.

D'ailleurs, c'est à propos de recherches sur la théorie des formes algébriques qu'ont été découverts, par Lagrange et par Gauss, les premiers cas particuliers connus d'un théorème important sur les déterminants, le théorème de la multiplication (*).

On nous permettra peut-être d'introduire ici une démonstration, nouvelle, pensons-nous, de cette propriété et qui se présente assez naturellement à l'esprit, si l'on se rappelle l'histoire de la découverte de cette règle, vérifiée d'abord, dans deux cas particuliers, par les illustres Géomètres que nous venons de citer, et étendue ensuite au cas général par Cauchy et Binet.

Théorème. — *Si la règle de multiplication des déterminants est vraie pour deux déterminants d'ordre* $n-1$, *elle est vraie pour deux déterminants d'ordre* n.

Soient

$$\Delta_1 = \pm [a_{11}a_{22} \dots a_{nn}], \quad \Delta_2 = \pm [b_{11}b_{22} \dots b_{nn}]$$

et

$$\Delta = \pm [c_{11}c_{22} \dots c_{nn}],$$

$$c_{ik} = a_{i1}b_{k1} + a_{i2}b_{k2} + \dots + a_{in}b_{kn}.$$

On a les identités suivantes :

$$(D) \quad \begin{cases} a_{11}A_{11} + a_{12}A_{11} + \dots + a_{1n}A_{1n} = \Delta_1, \\ a_{i1}A_{11} + a_{i2}A_{12} + \dots + a_{in}A_{1n} = 0, \quad i = 2, 3, \dots n, \\ \Delta . A_{11} = A_{11} \{ \pm [c_{11}c_{22} \dots c_{nn}] \}. \end{cases}$$

De

$$\Delta A_{11} = \begin{vmatrix} c_{11}A_{11} & c_{12}A_{12} & \dots & c_{1n}A_{11} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix}$$

(*) Lagrange, *Recherches d'Arithmétique* (Mém. de Berlin, 1773. *OEuvres*, t. III, p. 723). — Gauss, *Disquisitiones Arithmeticæ* (Werke, 1ter Band, S. 127, 304 u. ff.).

on déduit, en ajoutant à la première rangée les $(n-1)$ dernières respectivement multipliées par $A_{12}, A_{13}, \dots A_{1n}$, et faisant usage des identités (D),

$$\Delta A_{11} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ c'_{21} & c'_{22} & \dots & c'_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c'_{n1} & c'_{n2} & \dots & c'_{nn} \end{vmatrix} \Delta_1.$$

$$c'_{ik} = \sum_{p=2}^{p=n} a_{ip} b_{kp}.$$

Mais, en vertu de l'hypothèse que nous avons faite tout d'abord, le mineur de b_{11}, par exemple, est égal au produit de A_{11} par B_{11}; d'où

$$\Delta A_{11} = \Delta_1 [b_{11} A_{11} B_{11} + b_{12} A_{11} B_{12} + \dots + b_{1n} A_{11} B_{1n}];$$

et enfin

$$\Delta = \Delta_1 \Delta_2.$$

Le théorème étant vrai pour $n = 1, 2, 3, \dots$ est général.

Nous pouvons faire observer que cette démonstration s'appuie exclusivement sur des identités : par conséquent nous n'avons pas besoin de la discussion d'un système d'équations du premier degré (*), et nous évitons complétement, du moins nous le pensons, l'obscurité et la longueur des démonstrations fondées sur la théorie des permutations (**).

IX. Reprenons maintenant les applications que nous voulions faire de la théorie des formes. Nous rencontrerons d'abord quelques cas assez curieux d'addition de déterminants.

Soient n formes algébriques, du n^{me} ordre :

$$u_1 = a_x^n, \quad u_2 = b_x^n, \quad \dots \quad u_n = l_x^n;$$

(*) Pour ce premier mode de démonstration, voir notre Note (*N. Corr. Math.*, t. V, p. 76), ainsi que le travail de M. Jamet, *ibid.*, p. 79.

(**) Voir les démonstrations, peu différentes entre elles, de Cauchy, Jacobi, Hesse. Cette méthode est parfaitement exposée, nous semble-t-il, par M. Lipschitz, *Grundlagen des Analysis*, pp. 341 et ss.

formons le combinant (*)

$$\begin{vmatrix} \dfrac{d^{n-1}u_1}{dx_1^{n-1}} & \dfrac{d^{n-1}u_2}{dx_1^{n-1}} & \cdots & \dfrac{d^{n-1}u_n}{dx_1^{n-1}} \\ \dfrac{d^{n-1}u_1}{dx_1^{n-2}dx_2} & \dfrac{d^{n-1}u_2}{dx_1^{n-2}dx_2} & \cdots & \dfrac{d^{n-1}u_n}{dx_1^{n-2}dx_2} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ \dfrac{d^{n-1}u_1}{dx_2^{n-1}} & \dfrac{d^{n-1}u_2}{dx_2^{n-1}} & \cdots & \dfrac{d^{n-1}u_n}{dx_2^{n-1}} \end{vmatrix}.$$

Si, au lieu de cette notation, nous employons la notation symbolique, ce covariant devient

$$\begin{vmatrix} a_1^{n-1}a_x & b_1^{n-1}b_x & \cdots & l_1^{n-1}l_x \\ a_1^{n-1}a_2a_x & b_1^{n-2}b_2b_x & \cdots & l_1^{n-1}l_2l_x \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_2^{n-1}a_x & b_2^{n-1}b_x & \cdots & l_2^{n-1}l_x \end{vmatrix}$$

ou

$$\begin{vmatrix} a_1^{n-1} & b_1^{n-1} & \cdots & l_1^{n-1} \\ a_1^{n-2}a_2 & b_1^{n-2}b_2 & \cdots & l_1^{n-2}l_2 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_2^{n-1} & b_2^{n-1} & \cdots & l_2^{n-1} \end{vmatrix} (a_1x_1+a_2x_2)(b_1x_1+b_2x_2)\cdots(l_1x_1+l_2x_2),$$

valeur qui doit être identique à

$$\begin{vmatrix} a_0x_1+a_1x_2 & b_0x_1+b_1x_2 & \cdots & l_0x_1+l_1x_2 \\ a_1x_1+a_2x_2 & b_1x_1+b_2x_2 & \cdots & l_1x_1+l_2x_2 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_{n-1}x_1+a_nx_2 & b_{n-1}x_1+b_nx_2 & \cdots & l_{n-1}x_1+l_nx_2 \end{vmatrix}.$$

Par suite, les coefficients des mêmes puissances des variables, doivent être égaux. Donc, en repassant des expressions symboliques, aux valeurs effectives des coefficients, on trouve

$$\begin{vmatrix} a_0 & b_0 & \cdots & l_0 \\ a_1 & b_1 & \cdots & l_1 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_{n-1} & b_{n-1} & \cdots & l_{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_0 & b_0 & \cdots & l_0 \\ a_1 & b_1 & \cdots & l_1 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_{n-1} & b_{n-1} & \cdots & l_{n-1} \end{vmatrix},$$

(*) Pour la signification de ce combinant, v. notre *Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la Géométrie*, p. 52.

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-1} \\ b_0 & b_1 & \dots & b_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_1 & l_2 & \dots & l_n \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-1} \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_0 & l_1 & \dots & l_{n-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_0 & b_1 & \dots & b_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_0 & l_1 & \dots & l_{n-1} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & a_n \\ b_0 & b_1 & \dots & b_{n-2} & b_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_0 & l_1 & \dots & l_{n-2} & l_n \end{vmatrix},$$

et d'autres relations, tout à fait analogues, que l'on trouvera sans difficulté.

On a donc ce théorème :

La somme des n *determinants que l'on obtient en prenant dans le tableau rectangulaire*

$$\Delta = \left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn+1} \end{matrix} \right\|$$

successivement n — 1 *rangées formées des* n *premiers éléments des rangées correspondantes de* Δ *et une rangée formée des* n *derniers éléments de la rangée restante de* Δ *est égale au déterminant formé des* n — 1 *premières colonnes et de la* $(n+1)^{me}$ *colonne de* Δ.

Par exemple

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ b'' & c'' & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ b' & c' & 0 \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & c & 0 \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ a' & b' & 0 \\ a'' & b'' & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

X. Nous signalerons encore une propriété, plus importante, à laquelle nous avons été conduit par la théorie des formes, propriété dont nous donnerons la démonstration dans un cas particulier.

En appliquant le théorème précédent et les autres propositions analogues, on voit que, si le combinant

$$(ab)(bc)(ca)\,a_x b_x c_x$$

des trois formes

$$a_x^3, \quad b_x^3, \quad c_x^3,$$

est identiquement nul,

$$\Delta = \left\| \begin{matrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{matrix} \right\| \equiv 0,$$

et réciproquement.

Mais en combinant l'identité

$$(ab)(bc)(ca)\, a_x b_x c_x \equiv 0,$$

avec l'identité connue

$$(ab)\, c_x + (bc)\, a_x + (ca)\, b_x \equiv 0,$$

on en déduit aisément

$$(ab)^3 c_x^3 + (bc)^3 a_x^3 + (ca)^3 b_x^3 \equiv 0.$$

Donc il existe une relation linéaire entre les éléments d'une même colonne de Δ.

On peut démontrer cette proposition pour des formes de degré quelconque; seulement la méthode diffère complétement, suivant que ce degré est pair ou impair. Ce n'est pas le lieu de développer ici ce point que nous rencontrerons ailleurs.

Ce théorème obtenu, il était facile d'en donner une démonstration indépendante de la théorie des formes (*).

XI. Cette proposition s'applique à la démonstration de quelques propriétés des déterminants nuls.

Soient

$$\Delta_1 = [a_{11} a_{22} \dots a_{nn}] = 0, \quad \Delta_2 = [a_{22} a_{33} \dots a_{nn}] = 0,$$
$$\Delta_{p+1} = [a_{p+1,\,p+1} a_{p+2,\,p+2} \dots a_{nn}] = 0,$$

(*) Notre savant collègue et ami, M. P. Mansion, qui a retrouvé ce théorème, en a fait de belles applications à la théorie de l'élimination. V. *Bull. de l'Acad. roy. de Belg.*, t. XLVII, p. 536. Nous l'avions employé nous-même dans la théorie de l'involution. V. *Ann. de la Soc. scient. de Bruxelles*, t. II, p. 25; *Bull. de l'Acad.*, t. XLIV et t. XVLI; *Mém. de l'Acad.*, t. XLII, p. 40.

avec les conditions

$$\left\| \begin{matrix} a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ a_{13} & a_{23} & \dots & a_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{matrix} \right\| \lessgtr 0, \quad \left\| \begin{matrix} a_{23} & \dots & a_{n3} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{matrix} \right\| \lessgtr 0, \text{ etc.}$$

on a

$$\left\| \begin{matrix} a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{matrix} \right\| \equiv 0, \quad \left\| \begin{matrix} a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{matrix} \right\| \equiv 0, \text{ etc.}$$

Soit, par exemple.

$$\Delta_1 = \left| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right| = 0, \quad \Delta_2 = \left| \begin{matrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right| = 0,$$

$$\Delta_3 = \left| \begin{matrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right| = 0.$$

De

$$\Delta_1 - a_{22}\Delta_2 = \left| \begin{matrix} 0 & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right| = 0,$$

on déduit

$$a_{32}A_{32} + a_{42}A_{42} = 0.$$

Mais on a aussi

$$\left| \begin{matrix} 0 & a_{23} & a_{24} \\ a_{33} & a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right| = 0;$$

d'où

$$a_{33}A_{32} + a_{43}A_{42} = 0.$$

Donc

$$\left\| \begin{matrix} a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix} \right\| = 0.$$

Cette égalité, combinée avec les précédentes, donne

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0;$$

d'où

$$ka_{31} + k'a_{41} = 0.$$

Mais

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0.$$

Il en résulte

$$ka_{32} + k'a_{42} = 0,$$

et enfin

$$\begin{Vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{Vmatrix} = 0.$$

Corollaire I. — *Si le déterminant* Δ_1 *est symétrique, les déterminants rectangulaires, obtenus en prenant les colonnes ou les rangées correspondant aux éléments de* Δ_{p+1}, *sont nuls.*

En effet, supposons que l'on ait, dans le cas actuel,

$$\begin{Vmatrix} a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{Vmatrix} \lesseqgtr 0,$$

et, par exemple,

$$\vartheta_1 = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{23} \\ a_{14} & a_{24} \end{vmatrix} \lesseqgtr 0.$$

On en déduirait

$$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} = 0,$$

ou

$$\vartheta_1 = 0,$$

contrairement à l'hypothèse.

Application. —

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 15 & 1 & 3 \\ 1 & 6 & 18 \\ 3 & 18 & 54 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 6 & 18 \\ 18 & 54 \end{vmatrix} = 0.$$

On en déduit

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 18 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 18 \\ 3 & 54 \end{vmatrix} = 0.$$

Corollaire II. — *Lorsque le déterminant est doublement symétrique, tous les mineurs compris dans la bordure correspondant à* Δ_{p+1} *sont nuls.*

Pour que le déterminant soit doublement symétrique, il faut et il suffit que

$$a_{ik} = a_{ki} = a_{n-k+1,\, n-i+1}.$$

Pour nous borner encore à un exemple simple, soit

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_2 = 0, \quad \Delta_3 = 0, \quad \Delta_4 = 0.$$

De

$$\begin{vmatrix} a_{54} & a_{55} \\ a_{44} & a_{45} \end{vmatrix} = 0,$$

on déduit

$$\begin{vmatrix} a_{45} & a_{44} \\ a_{55} & a_{54} \end{vmatrix} = 0.$$

Puis

$$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = 0.$$

Rem. Si $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$, tous les mineurs principaux sont nuls.

On peut rapprocher cette propriété des déterminants double-

ment symétriques d'une propriété du résultant de deux formes algébriques.

Soient

$$R = 0, \quad R_1 = 0,$$

les conditions nécessaires et suffisantes pour que les deux formes algébriques de degré n aient un facteur commun du second degré (*), R étant le déterminant de Bezout.

On sait aussi que tous les mineurs d'ordre $(n - 1)$ de R sont nuls.

Le nombre des éléments indépendants d'un déterminant doublement symétrique est $\frac{(n+1)^2}{4}$, pour n impair, et $\frac{n(n+2)}{4}$ pour n pair.

Le nombre des éléments indépendants, pour R, est égal à $2n + 2$.

Donc, à partir de $n = 7$, le déterminant doublement symétrique contient plus d'éléments indépendants que le résultant.

(*) V. à ce sujet les différentes Notes publiées par M. Mansion, *Sur la théorie de l'élimination* (Bull. de l'Acad., t. XLVIII, pp. 463 et ss.).

SUR CERTAINES FORMULES

DU

MOUVEMENT ELLIPTIQUE;

PAR

J. GRAINDORGE,

CHARGÉ DE COURS A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

SUR CERTAINES FORMULES

DU

MOUVEMENT ELLIPTIQUE.

Désignons par r le rayon vecteur d'une planète, ϖ la longitude du périhélie comptée à partir d'un point fixe de l'orbite, u l'anomalie excentrique de la planète, v sa longitude vraie, n le moyen mouvement, ε la longitude moyenne de la planète à l'origine du temps. Il en résulte que $v - \varpi$ est l'anomalie vraie de la planète, et $\zeta = nt + \varepsilon - \varpi$ l'anomalie moyenne, et nous aurons les formules connues (*) :

$$u - \zeta = \Sigma A_i \sin i\zeta,$$
$$r = \Sigma B_i \cos i\zeta,$$
$$v - \varpi - \zeta = \Sigma C_i \sin i\zeta.$$

On sait que les coefficients A_i, B_i, C_i peuvent être exprimés par les intégrales définies suivantes :

$$A_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} (u - \zeta) \sin i\zeta d\zeta,$$

$$B_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} r \cos i\zeta d\zeta = -\frac{ae}{i}\frac{dA_i}{de},$$

$$C_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} (v - \varpi - \zeta) \sin i\zeta d\zeta.$$

(*) Le Verrier, *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. I^er^, p. 199.

On obtient facilement les valeurs de A_i, B_i en séries ordonnées suivant les puissances de l'excentricité e. Quant aux C_i, on sait que l'on peut les trouver au moyen de l'équation des aires :

$$\frac{r^2}{a^2}\,dv = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}\,d\zeta,$$

lorsque l'on connaîtra le développement de $\frac{r^2}{a^2}$. Or, pour trouver ce développement, on fait ordinairement usage de la formule de Lagrange; mais, on peut obtenir l'expression de $\frac{r^2}{a^2}$ d'une manière directe, en observant qu'en vertu de la formule

$$\frac{r}{a} = 1 - e\cos u, \tag{1}$$

$\frac{r}{a}$ est une fonction de e et de ζ.

On a donc

$$d\left(\frac{r}{a}\right)^2 = \frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{d\zeta}\,d\zeta + \frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{de}\,de.$$

Or,

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{d\zeta} = 2\left(\frac{r}{a}\right)\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{d\zeta}.$$

De la formule (1) on tire :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{d\zeta} = e\sin u\,\frac{du}{d\zeta},$$

et, à cause de la relation

$$u = \zeta + e\sin u, \tag{2}$$

on a :

$$\frac{du}{d\zeta} = \frac{1}{1 - e\cos u} = \frac{a}{r}.$$

Par conséquent,

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{d\zeta} = 2\left(\frac{r}{a}\right) e \sin u \,.\, \frac{a}{r} = 2e \sin u = 2\,(u - \zeta).$$

D'autre part, on a aussi :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{de} = 2\left(\frac{r}{a}\right) \frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de};$$

de la formule (1) on tire :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de} = -\cos u + e \sin u \frac{du}{de},$$

et de la formule (2) :

$$\frac{du}{de} = \frac{\sin u}{1 - e \cos u};$$

d'où :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de} = -\cos u + \frac{e \sin^2 u}{1 - e \cos u} = \frac{e - \cos u}{1 - e \cos u}.$$

Par conséquent,

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)^2}{de} = 2\frac{r}{a} \cdot \frac{e - \cos u}{1 - e \cos u} = 2\,(e - \cos u).$$

On a donc

$$d\left(\frac{r}{a}\right)^2 = 2\,(u - \zeta)\,d\zeta + 2\,(e - \cos u)\,de.$$

Il nous reste maintenant à remplacer $u - \zeta$ et $e - \cos u$ par leurs développements en séries.

Or,

$$u - \zeta = \Sigma A_i \sin i\zeta;$$

quant à $e - \cos u$, on le détermine de la manière suivante.

De la formule (1) on tire :

$$-\cos u = \frac{\frac{r}{a} - 1}{e};$$

or, on a (*) :

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{e^2}{2} - \frac{e}{i}\sum \frac{dA_i}{de}\cos i\zeta.$$

Par suite,

$$e - \cos u = \frac{3}{2}e - \frac{1}{i}\sum \frac{dA_i}{de}\cos i\zeta.$$

On a donc enfin

$$d\left(\frac{r}{a}\right)^2 = 3ede + 2\Sigma\left\{A_i \sin i\zeta d\zeta - \frac{1}{i}\frac{dA_i}{de}\cos i\zeta de\right\}.$$

En intégrant, il vient :

$$\frac{r^2}{a^2} = C + \frac{3e^2}{2} - \frac{2}{i}\Sigma A_i \cos i\zeta.$$

On détermine la constante C en observant que pour $e = 0$, on a $\frac{r}{a} = 1$; par conséquent $C = 1$, et il vient alors :

$$\frac{r^2}{a^2} = 1 + \frac{3e^2}{2} - \frac{2}{i}\Sigma A_i \cos i\zeta.$$

Remarque. — Dans la démonstration précédente, nous avons fait usage du développement connu de $\frac{r}{a}$. On peut d'ailleurs l'obtenir facilement au moyen de la formule

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{d\zeta} = \frac{e\sin u}{1 - e\cos u} = e\frac{du}{de},$$

(*) Le Verrier, *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. Ier, pp. 201 et 202.

de laquelle on tire :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{d\zeta} = e\frac{dA_1}{de}\sin\zeta + e\frac{dA_2}{de}\sin 2\zeta + \cdots$$

Par suite, en intégrant :

$$\frac{r}{a} = C' - e\frac{dA_1}{de}\cos\zeta - \frac{e}{2}\frac{dA_2}{de}\cos 2\zeta - \cdots,$$

C′ étant une constante par rapport à ζ, mais elle peut être une fonction de e.

Pour déterminer C′, prenons la dérivée des deux membres par rapport à e, nous aurons :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de} = \frac{dC'}{de} - \frac{d\left(e\frac{dA_1}{de}\right)}{de}\cos\zeta - \text{etc.}$$

Mais, d'autre part, on a :

$$\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de} = \frac{e-\cos u}{1-e\cos u} = \frac{1}{e}\left(1 - \frac{1-e^2}{1-e\cos u}\right) = \frac{1}{e}\left\{1 - (1-e^2)\frac{du}{d\zeta}\right\}$$

$$= \frac{1}{e}\left[1 - (1-e^2)\left\{1 + A_1\cos\zeta + 2A_2\cos 2\zeta + \cdots\right\}\right]$$

$$= e - \frac{1-e^2}{e}(A_1\cos\zeta + 2A_2\cos 2\zeta + \cdots).$$

En identifiant les deux expressions de $\frac{d\left(\frac{r}{a}\right)}{de}$, on trouve :

$$\frac{dC'}{de} = e;$$

d'où :

$$C' = \frac{e^2}{2} + C'',$$

C″ étant une constante par rapport à e et ζ.

On a donc

$$\frac{r}{a} = C'' + \frac{e^2}{2} - e\frac{dA_1}{de}\cos\zeta - \frac{e}{2}\frac{dA_2}{de}\cos 2\zeta - \cdots$$

Pour déterminer C″, on fait $e = 0$, et par suite $\frac{r}{a} = 1$; on en déduit $C'' = 1$, et, par conséquent, on retrouve le développement connu :

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{e^2}{2} - e\frac{dA_1}{de}\cos\zeta - \frac{e}{2}\frac{dA_2}{de}\cos 2\zeta - \cdots$$

SUR LA POSSIBILITÉ

DE

DÉDUIRE D'UNE SEULE DES LOIS DE KÉPLER

LE

PRINCIPE DE L'ATTRACTION

(A PROPOS D'UN MÉMOIRE DE M. V. G. IMSCHENETSKY);

PAR

J. GRAINDORGE,

CHARGÉ DE COURS A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

SUR LA POSSIBILITÉ

DE

DÉDUIRE D'UNE SEULE DES LOIS DE KÉPLER

LE

PRINCIPE DE L'ATTRACTION.

Dans une Note lue à l'Académie des sciences le 9 avril 1877, M. J. Bertrand résout le problème suivant :

« Si Képler n'avait déduit de l'observation qu'une seule de ses lois : *Les planètes décrivent des ellipses dont le soleil occupe le foyer*, on aurait pu, de ce seul résultat érigé en principe général, conclure que la force qui les gouverne est dirigée vers le soleil et inversement proportionnelle au carré de la distance. »

M. Bertrand trouve que les composantes de la force sont (*Comptes rendus*, 1877, pp. 671 et suiv.) :

$$X = \frac{\mu x}{r^3}, \quad Y = \frac{\mu y}{r^3},$$

et par suite la force est dirigée vers l'origine des coordonnées (le foyer) et inversement proportionnelle au carré de la distance. M. Bertrand ajoute (*Comptes rendus*, 1877, p. 673) :

« Il serait intéressant de résoudre la question suivante : *En sachant que les planètes décrivent des sections coniques, et sans*

rien supposer de plus, trouver l'expression des composantes de la force qui les sollicite, exprimées en fonction des coordonnées de son point d'application.

» Nous connaissons deux solutions : La force peut être dirigée vers un centre fixe et agir proportionnellement à la distance ou en raison inverse de son carré. En existe-t-il d'autres?

» La méthode précédente pourrait conduire à la solution de ce problème, mais les calculs sont tellement compliqués qu'aucun géomètre, je crois, ne tentera de les exécuter avant d'avoir trouvé le moyen de les simplifier. »

Dans la séance du 16 avril (*Comptes rendus*, p. 731), M. Bertrand indique un moyen de simplifier les calculs, en reconnaissant que la direction de la force doit passer par un point fixe. Avec cette restriction, M. Darboux résolut alors le problème suivant (*Comptes rendus*, p. 760) :

« *Sachant qu'un point matériel soumis à l'action d'une force* CENTRALE *décrit toujours une conique, trouver l'expression de la force.* »

M. Imschenetsky, dans le travail imprimé qu'il m'a prié de présenter à la Société des sciences et qui est extrait des *Mémoires de la Société mathématique de Kharkoff*, a traité la question d'une manière générale, sans faire usage de la restriction que la force est dirigée vers un point fixe. Je crois utile de communiquer à la Société quelques détails sur ce remarquable travail de notre savant correspondant. Je saisirai cette occasion pour introduire quelques simplifications dans les calculs.

En désignant par X, Y les composantes de la force qui sollicite la planète, les équations différentielles du mouvement sont :

$$\frac{dx}{dt} = x', \quad \frac{dy}{dt} = y', \quad \frac{dx'}{dt} = \mathrm{X}, \quad \frac{dy'}{dt} = \mathrm{Y}. \tag{1}$$

Le problème consiste à déterminer X, Y en fonction de x, y, de manière que l'équation de la trajectoire soit de la forme

$$\mathrm{A}x^2 + 2\mathrm{B}xy + \mathrm{C}y^2 + 2\mathrm{D}x + 2\mathrm{E}y + \mathrm{F} = 0. \tag{2}$$

Pour résoudre la question, M. Imschenetsky met l'équation (2) sous la forme

$$px^2 + qy^2 + 2rxy = (ax + by + c)^2, \tag{3}$$

en posant :

$$c = \sqrt{\mathrm{F}}, \quad b = \frac{\mathrm{E}}{\sqrt{\mathrm{F}}}, \quad a = \frac{\mathrm{D}}{\sqrt{\mathrm{F}}},$$

$$p = \frac{\mathrm{D}^2}{\mathrm{F}} - \mathrm{A}, \quad q = \frac{\mathrm{E}^2}{\mathrm{F}} - \mathrm{C}, \quad r = \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{F}} - \mathrm{B}.$$

Posant ensuite :

$$u^2 = px^2 + qy^2 + 2rxy,$$

l'équation (3) prend la forme

$$u = ax + by + c; \tag{4}$$

cette dernière équation, dans laquelle a, b, c sont des constantes, doit être une intégrale des équations (1).

En différentiant deux fois de suite par rapport à t, et en ayant égard aux équations (1), il vient :

$$ax' + by' = \frac{(px + ry)\,x' + (rx + qy)\,y'}{u}, \tag{5}$$

$$\begin{aligned} a\mathrm{X} + b\mathrm{Y} = {} & \frac{(px + ry)\,\mathrm{X} + (rx + qy)\,\mathrm{Y}}{u} \\ & + \frac{\left[(px' + ry')\,x' + (rx' + qy')\,y'\right]\left[(px + ry)\,x + (rx + qy)\,y\right]}{u^3} \\ & - \frac{\left[(px + ry)\,x' + (rx + qy)\,y'\right]^2}{u^3}. \end{aligned}$$

Cette dernière équation peut facilement être mise sous la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned} a\mathrm{X} + b\mathrm{Y} = {} & \frac{(px + ry)\,\mathrm{X} + (rx + qy)\,\mathrm{Y}}{u} \\ & + \frac{(pq - r^2)\,(xy' - x'y)^2}{u^3}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Des équations (5) et (6) on tire :

$$a = \frac{px + ry}{u} + \frac{(pq - r^2)\, y'\, (xy' - x'y)^2}{u^3\, (Xy' - Yx')}, \tag{7}$$

$$b = \frac{rx + qy}{u} - \frac{(pq - r^2)\, x'\, (xy' - x'y)^2}{u^3\, (Xy' - Yx')}. \tag{8}$$

En différentiant l'équation (7) par rapport à t, et ayant égard aux équations (1) et à l'équation

$$u^2 = px^2 + qy^2 + 2rxy,$$

on obtient :

$$\begin{aligned} 0 = {} & \frac{(px' + qy')\left[(px + ry)\, x + (rx + qy)\, y\right]}{u^3} \\ & - \frac{(px + qy)\left[(px + ry)\, x' + (rx + qy)\, y'\right]}{u^3} \\ & + \frac{(pq - r^2)(xy' - x'y)^2}{u^3 (Xy' - Yx')} \left\{ Y - 5y' \frac{(px + ry)\, x' + (rx + qy)\, y'}{u^2} \right. \\ & \left. - \frac{y' \left(\frac{\partial X}{\partial x} x' + \frac{\partial X}{\partial y} y'\right) y' - \left(\frac{\partial Y}{\partial x} x' + \frac{\partial Y}{\partial y} y'\right) x'}{Xy' - Yx'} \right\} \\ & + \frac{2\,(pq - r^2)\, y'\, (xy' - x'y)\, (xY - yX)}{u^3\, (Xy' - Yx')}, \end{aligned}$$

équation qui, en supprimant le facteur commun

$$\frac{pq - r^2}{u^3},$$

se réduit à la suivante :

$$\begin{aligned} 0 = {} & -y\,(xy' - yx') + \frac{(xy' - yx')^2}{Xy' - Yx'} \left\{ Y - 5y' \frac{(px + ry)\, x' + (rx + qy)\, y'}{u^2} \right. \\ & \left. - y' \frac{\left(\frac{\partial X}{\partial x} x' + \frac{\partial X}{\partial y} y'\right) y' - \left(\frac{\partial Y}{\partial x} x' + \frac{\partial Y}{\partial y} y'\right) x'}{Xy' - Yx'} \right\} \\ & + \frac{2y'\, (xY - yX)\, (xy' - yx')}{Xy' - Yx'}. \end{aligned} \tag{9}$$

Cette équation ne contenant pas de constante, et étant la conséquence des équations (1) doit être une identité. Or, cela est impossible, quelles que soient les fonctions X et Y indépendantes de x' et de y', à moins que le binôme $Xy' - Yx'$ ne soit un diviseur de $xy' - yx'$. On le démontre en supprimant le facteur $xy' - yx'$ et en supposant ensuite $x = x'$, $y = y'$, ce qui réduirait l'équation à $-3y = 0$, si cette hypothèse n'annulait pas le dénominateur $Xy' - Yx'$.

On peut donc poser :

$$X = Vx;$$
$$Y = Vy;$$

on tire de là :

$$Yx - Xy = 0,$$

par conséquent, *la force passe par l'origine des coordonnées.*

En remplaçant dans l'équation (9), X et Y par ces valeurs, on trouve que la fonction V doit satisfaire à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$x' \frac{\partial V}{\partial x} + y' \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{3V}{u^2} \{x'(px + ry) + y'(rx + qy)\}.$$

Pour obtenir la fonction V, M. Imschenetsky emploie un procédé particulier. Mais on peut trouver cette fonction par la méthode ordinaire, en posant les équations différentielles ordinaires suivantes :

$$\frac{dx}{x'} = \frac{dy}{y'} = \frac{dV}{-\frac{3V}{u^2} \{x'(px + ry) + y'(rx + qy)\}}.$$

On en tire :

$$\frac{(px + ry)\,dx + (rx + qy)\,dy}{x'(px + ry) + y'(rx + qy)} = \frac{dV}{-\frac{3V}{u^2} \{x'(px + ry) + y'(rx + qy)\}};$$

d'où :

$$\frac{(px + ry)\,dx + (rx + qy)\,dy}{u^2} = -\frac{dV}{3V},$$

ou bien :

$$\frac{d\left[px^2 + qy^2 + 2rxy\right]}{2u^2} = -\frac{dV}{3V},$$

ou bien encore :

$$\frac{du}{u} = -\frac{dV}{3V}.$$

En intégrant cette dernière, il vient :

$$V = \frac{\mu}{u^3} = \frac{\mu}{(px^2 + qy^2 + 2rxy)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par conséquent,

$$X = \frac{\mu x}{(px^2 + qy^2 + 2rxy)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu x}{u^3},$$

$$Y = \frac{\mu y}{(px^2 + qy^2 + 2rxy)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu y}{u^3}.$$

Ce sont les composantes d'une force

$$F = \frac{\mu\sqrt{x^2 + y^2}}{(px^2 + qy^2 + 2rxy)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu R}{u^3},$$

R désignant la distance du point à l'origine.

En particulier, si $D = 0$, $E = 0$, l'origine est au centre ; on a alors $a = 0$, $b = 0$, et par suite :

$$F = \frac{\mu R}{c^3};$$

c'est l'une des deux solutions connues : *la force dirigée vers un centre fixe, et proportionnelle à la distance.*

Si $p = 1$, $q = 1$, $r = 0$, on a :

$$R = ax + by + c,$$

$$u = R.$$

Par suite :

$$F = \frac{\mu}{R^2};$$

c'est la seeonde solution eonnue : *la force dirigée vers le foyer et en raison inverse du carré de la distance.*

Remarque. — J'ai fait voir dans la Note qui préeède que la fonction V peut être obtenue par la méthode ordinaire d'intégration des équations aux dérivées partielles. La méthode employée par M. Bertrand (*) pour le eas considéré dans son Mémoire peut être appliquée à l'équation aetuelle

$$x'\frac{\partial V}{\partial x}+y'\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{3V}{u^2}\{x'(px+ry)+y'(rx+qy)\}.$$

La fonetion V ne devant renfermer ni x', ni y', l'équation précédente exige que $\frac{\partial V}{\partial x}$, et $\frac{\partial V}{\partial y}$ soient respectivement proportionnels à $px+ry$, et à $rx+qy$.

Nous aurons done :

$$\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{px+ry}=\frac{\frac{\partial V}{\partial y}}{rx+qy},$$

ou bien :

$$(rx+qy)\frac{\partial V}{\partial x}-(px+ry)\frac{\partial V}{\partial y}=0.$$

De eette équation aux dérivées partielles on tire le système d'équations différentielles ordinaires

$$\frac{dx}{rx+qy}=\frac{dy}{-(px+ry)}=\frac{dV}{0}.$$

Les deux premiers rapports nous donnent :

$$(px+ry)\,dx+(rx+qy)\,dy=0,$$

et en intégrant :

$$px^2+qy^2+2rxy=const.$$

Par suite,

$$V=\varphi(px^2+qy^2+2rxy)=\psi(u).$$

(*) *Comptes rendus,* 9 avril 1877, p. 673.

On en tire :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial u}\cdot\frac{px + ry}{u},$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial u}\cdot\frac{qy + rx}{u},$$

et l'équation aux dérivées partielles devient alors :

$$\frac{\partial V}{\partial u} + \frac{3V}{u} = 0;$$

d'où :

$$V = \frac{\mu}{u^3},$$

comme ci-dessus.

NOTE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS DES DÉTERMINANTS MULTIPLES;

PAR

J. DERUYTS.

CANDIDAT EN SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES.

NOTE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS DES DÉTERMINANTS MULTIPLES.

Dans un mémoire inséré parmi ceux de la *Société royale des sciences de Liége*, M. Le Paige a signalé une curieuse propriété des déterminants multiples à n rangées et $n+1$ colonnes (*).

La démonstration qu'il en a donnée est fondée sur la théorie des formes algébriques. Il semblerait préférable d'y substituer une démonstration directe, s'appuyant exclusivement sur les propriétés des déterminants; c'est ce qui nous a engagé à reprendre cette question. Nous aurons l'occasion en même temps de signaler une généralisation intéressante du théorème de M. Le Paige.

La propriété dont il s'agit peut s'énoncer comme il suit :

La somme des n *déterminants que l'on obtient en prenant, dans le tableau rectangulaire*

$$\Delta = \left\| \begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{nn+1} \end{array} \right\|$$

successivement $n-1$ *rangées formées des* n *premiers éléments*

(*) *Sur quelques points de la théorie des formes algébriques*, p. 18 (Mém. de la Soc. roy. des sciences, 2me série, t. IX).

des rangées correspondantes de Δ *et une rangée formée des* n *derniers éléments de la rangée restante de* Δ, *est égale au déterminant formé des* n — 1 *premières colonnes et de la* $(n+1)^{\text{ième}}$ *colonne de* Δ.

PREMIÈRE DÉMONSTRATION.

Remarquons d'abord que, dans le cas de $n = 2$, le théorème a lieu : il est exprimé par l'égalité

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}.$$

Pour en donner la démonstration générale, prouvons que, s'il est vrai pour un déterminant Δ' à $n-1$ rangées et n colonnes, il l'est également pour un déterminant Δ, à n rangées et $n+1$ colonnes.

Afin de démontrer ce lemme, développons la somme $\Sigma\delta$ des déterminants obtenus conformément à l'énoncé. Nous aurons

$$\Sigma\delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{n,n+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n+1} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$+ \dots\dots\dots + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & \dots & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n,1} & \dots & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Les éléments $a_{11}, a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1}$ sont multipliés, chacun par la somme de $n-1$ déterminants d'ordre $n-1$. Celle qui multiplie a_{11} est

$$\begin{vmatrix} a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n,3} & \dots & a_{n,n+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n+1} \\ a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} a_{23} & \dots & a_{2n+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

somme obtenue en considérant le déterminant rectangulaire

$$\Delta' = \left\| \begin{matrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & a_{2n+1} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & a_{3n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & a_{nn+1} \end{matrix} \right\|$$

et en opérant d'après la loi établie dans l'énoncé.

La démonstration du présent lemme suppose le théorème vrai pour un déterminant Δ' dont les rangées sont au nombre de $n - 1$ et les colonnes au nombre de n. La somme des déterminants qui multiplient a_{11} est donc

$$\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n-1} & a_{2n+1} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n-1} & a_{3n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn-1} & a_{nn+1} \end{vmatrix}$$

De la même manière, la somme des déterminants qui multiplient $(- a_{21})$ est

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,3} & a_{n-1,4} & \dots & a_{n-1,n+1} \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$+ \dots + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n+1} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Considérant le déterminant rectangulaire

$$\left\| \begin{matrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & a_{3,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n} & a_{n-1,n+1} \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{matrix} \right\|$$

on voit que cette somme est égale à

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1,n+1} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3,n-1} & a_{3,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

De même, le coefficient de a_{k1}, dans le développement de $\Sigma\delta$, est

$$(-1)^{k-1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \dots & a_{1n-1} & a_{1n+1} \\ a_{22} & \dots\dots & a_{2n-1} & a_{2n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k-1,2} & \dots\dots & a_{k-1,n-1} & a_{k-1,n+1} \\ a_{k+1,2} & \dots\dots & a_{k+1,n-1} & a_{k+1,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & \dots\dots & a_{n,n-1} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

De sorte que l'ensemble des termes contenant a_{11}, a_{21}, a_{31}, ..., a_{k1}, ..., a_{n1} peut être mis sous la forme

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{k,n-1} & a_{k,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

Il reste à considérer la somme des produits que l'on obtient en prenant, dans les premières colonnes de $\Sigma\delta$, les termes a_{12}, a_{22}, a_{32}, ..., a_{n2} et en les multipliant par les mineurs correspondants.

Cette somme peut s'écrire sous la forme

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{22} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Ce déterminant étant nul, $\Sigma\delta$ se réduit à D.

C'est le résultat auquel nous voulions parvenir.

Seconde démonstration.

Développons chacun des n déterminants de $\Sigma\vartheta$, respectivement suivant les éléments des rangées n, $n-1$, $n-2$, ..., 3, 2, 1. Si nous combinons convenablement les différents termes ainsi obtenus, la somme considérée devient celle de n déterminants du $n^{ième}$ ordre :

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n2} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{23} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,3} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n3} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \dots$$

$$+ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2,n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n+1} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

Ces n déterminants étant nuls, à l'exception du dernier,

$$\sum\vartheta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2,n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

Cette seconde méthode a l'avantage, non-seulement d'être plus simple que la première, mais aussi de conduire à une proposition générale, que l'on peut énoncer ainsi :

Considérons les $\binom{n}{p}$ *déterminants du* $n^{ième}$ *ordre, ayant* $n-p$ *rangées composées des* n *premiers éléments des rangées correspondantes du tableau rectangulaire*

$$\Delta = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{Vmatrix}$$

et p *rangées composées des* n *premiers éléments des rangées correspondantes de*

$$\Delta_k = \left\| \begin{array}{cccccccc} a_{1k} & a_{1k+1} & \dots & a_{1n} & a_{1n+1} & a_{11} & \dots & a_{1k-1} \\ a_{2k} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2k-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-1k} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-1k-1} \\ a_{nk} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nk-1} \end{array} \right\|$$

Leur somme est égale au déterminant du $n^{\text{ième}}$ *ordre obtenu en supprimant dans* Δ *la* $[n + 1 + p(1 - k)]^{\text{ième}}$ *colonne, affecté d'un signe déterminé par* $(-1)^{(k-2)p}$.

Si $[n + 1 + p(1 - k)]$ est nul ou négatif, il faut y ajouter un multiple convenable de $n + 1$, pour que le résultat soit compris entre 1 et $n + 1$ inclusivement.

La somme dont il s'agit est

$$\left| \begin{array}{cccccc} a_{1k} & a_{1,k+1} & \dots & a_{1n+1} & a_{11} & \dots \; a_{1k-2} \\ a_{2k} & a_{2,k+1} & \dots & a_{2n+1} & a_{21} & \dots \; a_{2k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{pk} & a_{p,k+1} & \dots & a_{p,n+1} & a_{p1} & \dots \; a_{p,k-2} \\ a_{p+1,1} & a_{p+1,2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{p+1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{cccccc} a_{1k} & a_{1k+1} & \dots & a_{1n+1} & a_{11} & \dots \; a_{1k-2} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-p+2,k} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-p+2,k-2} \\ a_{n-p+3,k} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-p+3,k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{nk} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n,k-2} \end{array} \right|$$

$$+ \cdots +$$

$$+ \left| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{2k} & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{p+1,k} & a_{p+1,k+1} & \dots & a_{p+1,k-2} \\ a_{p+2,1} & a_{p+2,2} & \dots & a_{p+2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{array} \right| \quad + \cdots + \quad \left| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-p+1,k} & a_{n-p+1,k+1} & \dots & a_{n-p+1,k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{nk} & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,k-2} \end{array} \right|$$

Développons chaque terme de cette somme d'après le théorème de Laplace, au moyen des déterminants d'ordre p, obtenus en considérant les p rangées formées des n premiers éléments

des rangées de Δ_k. Si l'on combine convenablement les divers produits ainsi formés, la somme considérée devient celle de $\binom{n}{p}$ déterminants du $n^{ième}$ ordre, qu'on obtiendrait au moyen de Δ, en supprimant les colonnes $r_1, r_2, \ldots, r_p, n+1$ et en y adjoignant celles dont les indices sont $r_1 + k - 1, r_2 + k - 1, \ldots, r_p + k - 1$ ou ces mêmes nombres diminués de $n+1$, s'ils sont supérieurs à $n+1$.

Or ces $\binom{n}{p}$ déterminants sont nuls, à l'exception de celui pour lequel les relations suivantes

$$\begin{aligned} r_p + k - 1 &= n + 1, \\ r_{p-1} + k - 1 &= r_p, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ r_1 + k - 1 &= r_2, \end{aligned}$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} r_p &= n + 2 - k, \\ r_{p-1} &= n + 3 - 2k, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ r_1 &= n + (p+1) - pk \end{aligned}$$

sont vérifiées, à un multiple près de $n+1$.

De ceci résulte que ce déterminant peut être obtenu, abstraction faite du signe, par la suppression de la colonne de Δ dont l'indice est $n + 1 + p(1-k)$ ou ce nombre augmenté d'un multiple de $n+1$ si ce nombre est égal à zéro ou inférieur à zéro. Son expression est

$$\delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n+p(1-k)} & a_{n+1+(p-1)(1-k)} & a_{1n+2+p(1-k)} & \cdots & a_{1n+(p-1)(1-k)} & a_{1n+1+(p-2)(1-k)} & a_{1n+2+(p-1)(1-k)} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & & & & & & & & & & a_{2n} \\ \cdots & & & & & & & & & & & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & & & & & & & & & & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Rapprochant cette expression de celle de D :

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n+p-kp} & a_{1n+2+p-kp} & \dots & a_{1n+1} \\ a_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn+1} \end{vmatrix}$$

On voit facilement que

$$\delta = D(-1)^{p(k-2)}.$$

Cas particuliers.

I. La somme des $\binom{n}{p}$ déterminants du $n^{ième}$ ordre ayant $n-p$ rangées, composées des premiers éléments des rangées correspondantes de Δ, et p rangées, composées des premiers éléments des rangées correspondantes de Δ_2, est égale au déterminant d'ordre n obtenu par la suppression, dans Δ, de la $(n-p+1)^{ième}$ colonne.

Cette proposition donnerait le théorème de M. Le Paige, si l'on prenait l'unité pour valeur de p.

Si l'on convient de prendre, pour valeur d'un déterminant multiple à n rangées et $n+1$ colonnes, la somme des déterminants d'ordre n ayant n colonnes, prises dans ce déterminant multiple de manière que les seconds indices aillent en croissant, on peut écrire la valeur d'un déterminant rectangulaire, à n rangées et $n+1$ colonnes, sous la forme d'une somme de $\binom{n}{n}+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n-2}+\dots+\binom{n}{1}+1$ déterminants du $n^{ième}$ ordre différents, obtenus au moyen de Δ et de Δ_2.

II. La somme des n déterminants du $n^{ième}$ ordre, dont $n-1$ rangées sont formées des n premiers éléments des rangées correspondantes de Δ, et dont la rangée restante est composée des premiers éléments de la rangée correspondante de Δ_k, est égale au déterminant obtenu par la suppression, dans Δ, de la $(n+2-k)^{ième}$ colonne, affecté du signe de $(-1)^{k-2}$.

III. Soient les n déterminants du $n^{ième}$ ordre, dont $n-1$ rangées sont formées des n premiers éléments des rangées cor-

respondantes de Δ_{n+1}, et dont la rangée restante est composée des n premiers éléments de la rangée correspondante de Δ. Leur somme est égale au déterminant d'ordre n, obtenu par la suppression, dans Δ, de la $(n-1)^{ième}$ colonne, affecté du signe de $(-1)^{n-1}$.

En effet, dans le cas actuel, $p = n - 1$, $k = n + 1$

$$\begin{aligned} n + 1 + p(1 - k) &= [n + 1][1 - n + 1] + n - 1 \\ &= n - 1 - (n + 1)(n - 2). \end{aligned}$$

La colonne a supprimer est donc bien la $(n - 1)^{ième}$.

Quant au signe, il est déterminé par $(-1)^{(k-2)p}$. Or ici $(k - 2)p = (n - 1)^2$. Le signe est donc celui de $(-1)^{n-1}$.

La méthode que nous avons employée sert aussi à démontrer la propriété suivante :

Soit un déterminant Δ, à n rangées et $n + k$ colonnes, k étant plus petit que n. On forme $\binom{n}{p}$ déterminants du $n^{ième}$ ordre, en prenant successivement $n - p$ rangées, composées des n premiers éléments des rangées correspondantes de Δ, et p rangées, composées des n derniers éléments des rangées correspondantes de Δ dont on ne s'est pas servi.

La somme de ces $\binom{n}{p}$ *déterminants est égale à* k *déterminants d'ordre* n, *formés à l'aide de* n *colonnes de* Δ, *telles que la somme des seconds indices soit* $\frac{n(n+1)}{2} + pk$.

Développant ces $\binom{n}{p}$ déterminants, de la même manière que précédemment, on les transforme en $\binom{n}{p}$ autres déterminants, qui sont nuls à l'exception de k d'entre eux, dont les seconds indices sont successivement

$$\begin{array}{llll} 1, 2, 3, \ldots (n - pk), & (n + 2 - pk), & \ldots n, & n + 1, \\ 1, 2, 3, \ldots (n + 1 - pk), & (n + 3 - pk), & \ldots n, & n + 2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & & \\ 1, 2, 3, \ldots (n + k - 1 - pk), & (n + k + 1 - pk), & \ldots n, & n + k. \end{array}$$

La somme de ces indices est $\frac{n(n+1)}{2} + pk$.

La proposition est donc démontrée.

MATÉRIAUX

POUR LA

FAUNE ENTOMOLOGIQUE DE LA PROVINCE DE LIÉGE.

—

COLÉOPTÈRES

PREMIÈRE CENTURIE

PAR

ALFRED PREUDHOMME DE BORRE.

———

INTRODUCTION.

En commençant à publier séparément la faune des coléoptères de chacune de nos provinces plutôt que de présenter globalement celle de la Belgique, j'ai été surtout guidé par le désir d'éviter tout ce que ce dernier travail aurait eu d'artificiel, étant donnée l'hétérogénéité qui est un des caractères les plus saillants de la géographie physique de notre pays, au point de vue entomologique autant qu'à bien d'autres.

La province de Liége étant mon pays natal, celui où j'ai commencé et poursuivi mes chasses et mes études entomologiques pendant près de quinze ans, c'est dans la vallée de la Meuse, mon point de départ, que j'ai été immédiatement amené à constater de ces différences fauniques. M'intéressant aux insectes, moins à cause de leurs formes et de leurs couleurs que plus philosophiquement au point de vue de leurs raisons d'être, de leurs relations extérieures, de leurs rapports avec les lieux qu'ils habitent, je dus reconnaître presque immédiatement les différences essentielles que présentaient les récoltes faites sur le plateau hesbignon et celles de la rive droite de la Meuse. Plusieurs voyages et séjours dans la partie de la province rhénane comprise entre notre frontière et le Rhin me procurèrent des collections comparatives me démontrant que notre région faunique de la rive droite de la Meuse n'était pas interrompue par les fron-

tières que l'histoire nous a faites à l'est, chose bien facile du reste à prévoir, et qu'on pouvait l'étendre jusqu'au Rhin, au moins. Mes excursions en Campine me firent reconnaître que, là aussi, il y avait, avec une nature bien différente, une faune d'insectes autrement composée. Enfin, quand les fonctions que je remplis encore aujourd'hui, m'appelèrent à habiter Bruxelles et à faire de l'entomologie mon occupation constante et définitive, je me vis transporté au centre même de cette région dont j'avais commencé à connaître les caractères fauniques chaque fois que j'avais porté mes explorations à gauche de la vallée de la Meuse.

C'est dans l'Introduction de la Première Centurie de Coléoptères du Brabant (*Bulletin de la Société Royale Linnéenne de Bruxelles*, IX) que l'on trouvera développé tout ce système, que mes études m'ont amené à formuler sur la géographie entomologique de la Belgique (1). Pour ne pas me répéter, il suffira que j'examine ici sommairement la province de Liége à ce point de vue.

Disons cependant qu'il ne faut pas perdre de vue que ces différences que nous constatons dans la faune entomologique de notre territoire, sont bien plus profondes, plus essentielles qu'on ne serait peut-être tenté de le croire. Quand on s'élève des études locales aux études générales sur la distribution des insectes en Europe ou même sur tout le globe, on constate aussi des différences fauniques donnant lieu à des régions entomologiques beaucoup plus vastes que celles dont nous parlons, lesquelles en sont comme des provinces. Or, nos provinces, que j'ai appelées *belge*, *rhéno-mosane*, *batave*, *lorraine*, ne sont pas quatre pro-

(1) Dès 1873, je l'avais exposé dans un chapitre servant d'introduction à l'ouvrage de M. L. Quaedvlieg : *Les Papillons diurnes de Belgique. Manuel du jeune Lépidoptérologiste.*

vinces d'un même royaume, mais de quatre royaumes différents. Au point de vue entomologique, tout comme du reste à celui des races et des idiomes, la Belgique est un point de partage, et nos divisions fauniques, tout comme les langues de notre territoire, au lieu d'être sœurs, sont à peine cousines-germaines.

Tel est donc le motif qui m'a fait exposer séparément les matériaux d'étude, au lieu de les concentrer dans un ensemble trop artificiel.

La vallée de la Meuse est donc en entomologie une frontière réellement naturelle et d'où il résulte que la province de Liége est coupée en deux parties à peu près d'égale étendue, dont la faune entomologique mériterait aussi d'être étudiée séparément. C'est ce que j'avais d'abord songé à faire, mais je me suis décidé à me borner dans ce travail, ainsi que je l'ai fait pour la province de Namur, à énumérer les localités de captures de chaque rive séparément, précédées des lettres RD et RG.

Il est presque superflu de dire qu'il n'y a pas, entre deux provinces entomologiques, une ligne séparatrice mathématiquement tracée. Les insectes allant et venant et franchissant accidentellement les limites de leurs aires, il en est de même pour celles-ci. Entre deux provinces entomologiques, quelques différences qu'il y ait entre leurs faunes, il y aura toujours une zone neutre ou de transition, dans laquelle les caractères de part et d'autre se fondront plus ou moins. Ici, la vallée de la Meuse répond assez bien à cette zone; cependant remarquons que, tandis que les caractères physionomiques de la faune rhéno-mosane restent en général bien apparents et presque purs jusqu'au fleuve même, et le dépassent parfois, notamment aux points où le calcaire carbonifère ou dévonien existe sur la rive gauche, les traits physionomiques de la faune belge, au contraire, ne débordent guère le plateau hesbignon. Plutôt que la Meuse, c'est la limite géologique entre le

grand bassin tertiaire de la Belgique et le massif primaire oriental sur lequel il vient reposer, qui formerait l'axe idéal de la zone neutre entre les deux provinces fauniques.

Sur cet axe idéal, il existe encore des lambeaux de terrain crétacé, dont l'influence sur la faune entomologique, encore insuffisamment étudiée, doit être des plus intéressantes.

Un grand fleuve, tel que la Meuse, a aussi dans sa vallée une influence spéciale sur la géographie des insectes. Les crues et inondations charrient beaucoup d'insectes et des épaves vivantes arrivées d'amont s'établissent souvent sur les rives et dans les îlots du fleuve et parfois s'y naturalisent complétement. Alors même que cette naturalisation n'aurait pas lieu, la persistance des causes qui ont amené cette immigration produit le même résultat, à savoir que la faune entomologique de la vallée d'un grand fleuve, et même, sur une moindre échelle, celle de tout cours d'eau, se panachent d'échantillons venus du cours supérieur; il en est de même de la flore des rives et l'étude minéralogique des graviers et des sables conduit de son côté à la même conclusion; c'est donc un phénomène général.

Vers l'est de la partie rhéno-mosane de la province, le sol arrive à une altitude assez considérable; aux Hautes-Fanges et à la Baraque-Michel en particulier, on se trouve aux points les plus élevés de toute la Belgique, jusqu'à 689 mètres au-dessus du niveau de la mer. Ce haut plateau des Fanges, étudié dans ses insectes, mériterait d'être distingué du reste de la province. Sans avoir une faune alpine, c'est-à-dire analogue à la faune spéciale des hautes montagnes du centre de l'Europe, il a le caractère subalpin assez prononcé, c'est-à-dire que, de même que dans une zone neutre entre deux provinces il y a mélange d'espèces caractéristiques de l'une et de l'autre, de même sur nos Hautes-Fanges, aux espèces propres de la région rhéno-mosane

circumjacente s'ajoutent des espèces spéciales qui n'appartiennent qu'à des sommets de même altitude dans l'Allemagne centrale, aux mi-hauteurs des grandes montagnes helvétiques ou enfin à l'Europe boréale, conséquence de l'analogie si souvent constatée entre les régions alpines et les régions les plus septentrionales de l'Europe.

Par suite du fait que je mentionnais il y a un instant, les rivières qui reçoivent les eaux de ces sommités, la Vesdre et l'Amblève, avec leurs affluents, emporteront souvent des insectes enlevés à cette région, et jusqu'au delta des bouches de l'Ourthe, à Liége, mérite d'être exploré dans les graviers de son lit, à ce point de vue des apports d'alluvions. Plusieurs raretés, prises uniquement à Fétinne par M. J. Miedel, ne paraissent pas avoir d'autre origine.

Mais je ne saurais attacher ici la même importance à la distinction qu'ont établie d'autres naturalistes (1) entre le Condroz et l'Ardenne. Je me garderai cependant d'en contester les différences, me bornant à faire remarquer que, dans la province rhéno-mosane entière, l'inégalité d'un sol très-accidenté et appartenant à plusieurs époques géologiques établit des différences locales qui n'existeraient pas sur la même étendue en pays de plaine (2). La nature minéralogique du sol et la flore qui en

(1) M. de Selys Longchamps, pour la faune générale et spécialement pour les Vertébrés; M. Crépin, pour la flore.

(2) En portant aussi loin l'analyse, il faudrait encore distinguer chez nous le pays de Herve, la Famenne, l'Entre-Sambre et Meuse, et, au delà de notre frontière, l'Eifel, le Hundsrück, et même sans doute d'autres cantons au delà du Rhin; mais au-dessus des différences de détail reste toujours l'ensemble de physionomie faunique qui en fait la région rhéno-mosane et les sépare d'autres régions, telles que celles de notre Belgique entre la Meuse et la mer.

résulte, jouent ici un rôle considérable, et on ne retrouvera pas sur les régions quartzo-schisteuses de l'Ardenne bien des espèces cantonnées obstinément sur les bandes calcareuses du Condroz et n'apparaissant qu'accidentellement sur les terrains de schistes et psammites dévoniens qui alternent avec elles. Mais pour moi, ces différences se rapportent à des questions de stations, question d'ordre secondaire et qui auront leur importance scientifique dans les études de détail; elles n'intéressent pas les questions d'aire géographique, ou de la distribution des insectes envisagée d'une manière plus générale, plus dégagée des éléments locaux qui lui ont fait éprouver des modifications; car si grandes que puissent être ces modifications pour telle ou telle espèce, elles sont insignifiantes pour l'ensemble du phénomène géographique.

Ainsi une espèce sera, par exemple, en relation avec les forêts d'arbres résineux. S'ensuivra-t-il que, du tracé géographique de son aire, il faille exclure tous les espaces dépourvus de ces arbres et la réduire à un nombre plus ou moins considérable de petites taches? Oui, si l'on veut rigoureusement en constater la présence, les stations. Mais, au point de vue de la distribution géographique, l'important est d'avoir sa frontière, la ligne, ou plutôt la zone, qu'elle ne dépasse pas, alors même qu'il y a au delà d'autres Conifères dont elle pourrait se nourrir, mais auxquels elle a été empêchée d'arriver, soit par quelques circonstances climatologiques, soit parfois par la concurrence d'autres espèces, arrêtées en sens inverse par les mêmes circonstances.

Je pense que, dans la distribution géographique des insectes, il ne s'agit pas d'envisager les aires des espèces comme étant seulement le résultat d'un fait ancien, ce qui serait en zoologie l'équivalent de la théorie géogénique des grandes convulsions du sol, mais aussi comme *un état d'équilibre actuel, résultant de*

l'antagonisme d'une force active, celle d'expansion qui existe chez toute espèce vivante et des forces opposées, appartenant les unes à des espèces concurrentes, les autres découlant des phénomènes extérieurs. C'est un principe que je me suis hasardé à poser il y a dix ans (Analyse d'un mémoire de M.F.-Th. Koeppen sur la distribution géographique du *Pachytylus migratorius.— Compte-rendu de l'assemblée mensuelle de la Société Entomologique de Belgique*, du 2 décembre 1871) et qui me paraît devoir être des plus importants pour les questions de propagation extraordinaire et plus ou moins temporaire d'insectes nuisibles. J'ai pu voir récemment que les entomologistes américains m'ont fait l'honneur d'y avoir recours pour leurs études sur des questions de cette nature.

Pour clôturer cette digression, je dirai donc que, pour moi, une faune entomologique naturelle existe pour tout territoire sur lequel agit un ensemble de causes déterminantes de dispersion suffisant pour imprimer à sa population d'insectes une physionomie assez uniforme, même dans les proportions numériques respectives des exemplaires des espèces. Or, pour la province de Liége, je ne trouve que trois régions bien caractérisées : la rive gauche ou la Hesbaye, la rive droite ou le Condroz et l'Ardenne, et la région subalpine des Hautes-Fanges.

Pendant bien des années, j'ai habité presque continuellement la province de Liége et j'y ai réuni les matériaux de ma première collection de coléoptères indigènes, attachant dès le principe la plus grande importance à l'étiquetage immédiat de mes chasses, de telle sorte que chaque exemplaire fût toujours accompagné des indications de lieu et de date relatives à sa capture. Ces matériaux, qui aujourd'hui font partie des collections du Musée de l'État, ont été la base essentielle de mon travail. J'ai toutefois reçu des matériaux recueillis par divers chasseurs de

mes amis (1) et j'ai pu en faire usage chaque fois qu'ils m'ont offert des garanties d'exactitude en rapport avec celles que je me suis imposées, comme je viens de le dire.

A cette loi impérieuse que je me suis faite pour les autres provinces, de ne rien mentionner que je n'eusse vu de mes propres yeux, j'ai cru devoir faire ici une exception en faveur de la liste des Carabiques de la région entre la Vesdre et l'Ourthe, due à notre savant spécialiste, M. Putzeys (2). Chaque fois que j'ai usé de cette source, je l'ai soigneusement indiqué, non-seulement par devoir d'équité, mais afin de ne pas absolument assumer la responsabilité de l'indication. Non certes que j'aie le moindre doute sur la valeur des déterminations d'un entomologiste aussi éminent et que j'honore comme un maître, mais tout n'a pas été recueilli par lui-même, et a-t-il toujours su être assez inexorable quant à la justification des localités d'origine de ce qu'on lui remettait (3)? Tout en l'espérant, je crois meilleur comme plus juste, de laisser à chacun sa responsabilité.

(1) Je citerai plus particulièrement les abondantes récoltes faites aux environs de Visé par M. L. Quaedvlieg, membre de la Société Entomologique de Belgique.

(2) *Annales de la Société Entomologique de Belgique*, t. XI (1867), p. xxx.

(3) Cette méfiance pourrait sembler exagérée; mais, depuis que dans l'héritage entomologique d'un de mes anciens collègues, j'ai trouvé des insectes aussi évidemment méridionaux que l'*Omophron variegatum* en mélange avec des espèces belges, ou pouvant l'être, dans un flacon étiqueté : *Hastière, près Dinant*, je ne puis plus guère me fier qu'à moi-même et à ceux qui ont bien voulu adopter à la rigueur ma méthode d'étiquetage.

COLÉOPTÈRES DE LA PROVINCE DE LIÉGE.

CENTURIE I.

FAMILLE DES CICINDÉLIDES.

1. *Cicindela germanica*, L. — Étroite, cylindrique, d'un vert un peu bleuâtre, avec trois points blancs au bord extérieur de chaque élytre. — Rare, RD : je l'ai une fois prise à Seraing, sur la lisière du bois du Val-St-Lambert. Bords de l'Ourthe, par M. Miedel (Putzeys, *Liste des Carabiques de la région entre l'Ourthe et la Vesdre.*)

2. *C. campestris*, L. — Plus grande, plus large et déprimée en dessus. Verte ; chaque élytre marquée de six taches blanches, dont quelques-unes peuvent se rejoindre, d'autres disparaître, parfois même toutes (var. *affinis*). — RD : environs de Visé, Kincampoix, Tilff, Esneux, Polleur, Goé, Hestreux, Hockay, Baraque-Michel, St-Roch. RG : Liége, Engis, Antheit.

FAMILLE DES CARABIQUES.

3. *Omophron limbatum*, Fabr. — Petit, large et court, presque orbiculaire. Jaunâtre, avec une tache sur le prothorax et trois bandes transversales sur les élytres, d'un vert métallique. — Rare, RD : bords de l'Ourthe, par M. Miedel (Putzeys, *op. cit.*). RG : Ile Monsin, à Herstal (Dr Candèze).

4. *Notiophilus aquaticus*, L. — Élytres sans tache testacée au sommet. Stries des élytres effacées en arrière. Pattes noirâtres. Stries frontales parallèles. — RD : Méry, Ensival, Stoumont et La Gleize (M. Sauveur), Hockay. RG : Flémalle-Haute.

5. *N. rufipes*, Curtis. — Élytres sans tache testacée au sommet. Leurs stries marquées jusqu'au bout. Pattes entièrement rougeâtres. — Rare. RD : Baraque Michel (Putzeys, *op. cit.*).

6. *N. palustris*, Duftschm. — Élytres sans tache testacée au sommet. Leurs stries effacées en arrière. Stries frontales divergentes en avant. Pattes rougeâtres, à cuisses bronzées. — RD : Tilff, Martinrive, Ensival, Stoumont et La Gleize, Baraque-Michel. RG : Hollogne-aux-Pierres, Flémalle-Haute, Glons.

7. *N. biguttatus*, Fabr. — Élytres marquées au sommet d'une tache testacée. Leurs stries fortement ponctuées. — RD : Jupille, Angleur, Esneux, Ensival, Baraque-Michel. RG : Liége, Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Glons.

8. *N. punctulatus*, Wesmael. — Élytres marquées au sommet d'une tache testacée. Leurs stries à points très-fins. — RD : Angleur, Plainevaux.

9. *Elaphrus cupreus*, Duft. — Bronzé. Élytres avec quatre séries de taches ocellées violettes. Pattes bleuâtres, avec les tibias et la base des cuisses testacés. — RC : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

10. *E. riparius*, L. — Plus petit ; d'un bronzé verdâtre. Élytres avec quatre séries de taches ocellées violettes. Pattes vertes, marquées de jaune au milieu des tibias et à la base des cuisses. — RD : Angleur, Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*). RG : Jemeppe.

11. *Leistus spinibarbis*, Fabr. — D'un beau bleu brillant en dessus et noir en dessous. Corselet brièvement cordiforme. — RD : Tilff, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Flémalle-Haute, Awirs, Engis, Glons.

12. *L. rufescens*, Fabr. — D'un ferrugineux rougeâtre; le bout des élytres noir. Angles postérieurs du corselet obtus. — RD: Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

13. *Nebria brevicollis*, Fabr. — Noir de poix. Corselet cordiforme assez court. Élytres fortement striées-ponctuées, avec quatre points plus forts le long de la troisième strie. — Extrêmement commune. RD : environs de Visé, Angleur, Ramet, Engihoul, Tilff, Martinrive, Comblain-la-Tour, Porallée (M. Sauveur), Hoekay, Baraque-Michel, bassin de la Gileppe. RG : Liége, Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Flémalle-Haute, Engis, Glons.

14. *Calosoma inquisitor*, L. — Large et déprimé, en forme d'écusson. D'un bronzé foncé, souvent verdâtre, noirâtre ou même bleuâtre. Le bord des élytres vert. Trois séries de points enfoncés sur les élytres. — Rare. RG : Rotheux (M. Miedel).

15. *C. sycophanta*, L. — Très-grand (la femelle surtout), de la même forme scutellaire, large et déprimée. D'un beau vert bleuâtre ou cuivreux, à reflets dorés sur les bords. Trois séries de points enfoncés sur les élytres. — Rare. RD : Tilff et Méry (M. J. Maréchal), vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*) RG. Un exemplaire a été pris à Liége par M. J. Bourdon. On cite de même des captures de Calosomes dans les rues de Bruxelles, ce genre de Carabique volant très-bien au loin.

16. *Procrustes coriaceus*, L. — Très-grand, allongé. Noir peu luisant. Élytres fortement rugueuses. — RD : Angleur, Baraque-Michel.

17. *Carabus intricatus*, L. (*cyaneus*, Fabr., Dej.) — D'un bleu foncé, assez déprimé et allongé. Élytres avec des rugosités en séries longitudinales nombreuses et, sur chaque élytre, trois séries de tubercules allongés, peu élevés. — Très-rare. RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

18. *C. auratus*, L. — D'un beau vert plus ou moins foncé, mais plutôt luisant que fort métallique, avec moins de reflets dorés que l'espèce suivante. Corselet presque carré. Élytres avec la suture et trois côtes noirâtres. Les quatre premiers articles des antennes rouges. — Très-commun. RD : Angleur, Tilff, Méry, Argenteau, environs de Visé, Engihoul, Sart, Hockay, Baraque-Michel. RG : Lixhe, Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Chokier, Glons.

19. *C. auronitens*, Fabr. — D'un vert doré resplendissant, beaucoup plus clair et plus vif, avec la suture et trois côtes longitudinales sur chaque élytre moins largement noirâtres. Corselet assez rétréci en arrière et un peu cordiforme. Le premier article des antennes seul rouge. — Très-rare. RD : Baraque-Michel.

20. *C. nitens*, L. — Environ moitié plus petit. D'un vert métallique moins brillant, avec la tête, le corselet et le bord des élytres dorés. Corselet très-arrondi sur les côtés. Suture des élytres et trois côtes élevées noirâtres, leurs intervalles fort rugueux. — Rare. RD : Hockay, Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

21. *C. clathratus*, L. — Grand, bronzé-foncé, presque noirâtre. Corselet à peu près quadrangulaire, mais un peu rétréci sur les côtés en arrière, les angles postérieurs non prolongés en arrière. Élytres ayant chacune trois côtes élevées entre lesquelles le fond est comme gaufré par des fossettes en série longitudinale, dont le centre est rouge ou doré. — Très-rare. RD : Mangombroux (Putzeys, *op. cit.*).

22. *C. granulatus*, L. — Bronzé-foncé et presque noirâtre. Corselet à peu près carré, avec des angles postérieurs à peine saillants. Élytres avec trois côtes un peu élevées, alternant avec trois séries de tubercules allongés. — RD : Hockay, Baraque-Michel. RG : Ampsin.

23. *C. cancellatus*, Ill. — Bronzé, généralement plus clair, tantôt verdâtre, tantôt cuivreux, rarement noirâtre. Corselet à côtés plus arrondis et à angles postérieurs saillants en arrière en lobes arrondis. Élytres avec trois côtes un peu élevées, alternant avec trois séries de tubercules oblongs. — RD : Ramioul, Hockay, Baraque-Michel. RG : Antheit.

Le type a les cuisses noires. La variété à cuisses rouges est moins commune. RD : Hockay, Baraque-Michel.

24. *C. monilis*, Fabr. — Très-variable pour la couleur, qui est généralement bronzée, mais avec des nuances allant du cuivreux et du verdâtre au bleu et au violacé noirâtre. Corselet arrondi sur les côtés, avec des angles postérieurs saillants et arrondis. Élytres avec trois séries de tubercules élevés et allongés, séparées chacune des voisines par trois lignes élevées contiguës et d'égale hauteur. — RD : Tilff, Baraque-Michel. RG: Loën près Visé, Antheit.

Chez la variété *consitus*, des trois lignes élevées parallèles, la médiane est plus élevée que les latérales. — RD : Jupille, Tilff. RG : Hollogne-aux-Pierres, Voroux-Goreux, Glons.

De petits exemplaires bleu-noirâtre, avec le bord pourpré et ayant les trois lignes parallèles d'égale hauteur, constituent la variété *regularis* Wissm., qui, d'après M. Putzeys (*op. cit.*), se rencontre à la Baraque-Michel; sa patrie ordinaire est la région montagneuse de la Thuringe.

25. *C. arvensis*, Fabr. — Plus petit que le précédent et présentant les mêmes nombreuses variétés de coloration. Corselet moins arrondi sur les côtés et à angles postérieurs moins pro-

longés. Élytres striées, à intervalles formant des lignes un peu élevées ; trois d'entre eux sont un peu plus larges que les autres et marqués d'une série de points enfoncés. — RD : Angleur, Tilff, Hockay, Baraque-Michel.

La variété *Seileri* Heer est caractérisée par des pattes rouges. D'après M. Putzeys (*op. cit.*), on la trouve à la Baraque-Michel, dont elle est encore un des traits subalpins.

26. *C. catenulatus*, Scopoli. — Assez grand ; d'un noir-bleuâtre, avec le bord des élytres bleu. Corselet cordiforme. Élytres à lignes longitudinales serrées et un peu crénelées, dont trois sont plus fortement découpées plus ou moins régulièrement par une série de points enfoncés. — RD : Région entre l'Ourthe et la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

27. *C. purpurascens*, Fabr. — Grand, fort long, un peu parallèle. Noir, avec le bord des élytres le plus souvent un peu pourpré. Corselet un peu carré et à côtés légèrement arrondis ; angles postérieurs faiblement prolongés et arrondis. Élytres marquées d'un très-grand nombre de lignes longitudinales serrées et un peu crénelées ; une triple série de points enfoncés sur chaque élytre. — Très-rare dans la *province rhéno-mosane* dans sa forme typique, plus commun dans la *province belge*. RD : Villers-le-Temple, Tilff RG : Hollogne-aux-Pierres, Antheit, Landen.

Chez la variété *exasperatus*, où les lignes longitudinales des élytres se réduisent à un maximum de six sur chaque élytre, souvent moins (1), les autres se sont en quelque sorte dis-

(1) Le *C. purpurascens* et le *C. exasperatus* font partie d'un ensemble considérable de formes, sur l'élucidation desquelles les spécialistes n'ont pas encore conclu à se mettre d'accord. Le *C. purpurascens* a été longtemps d'abord considéré comme une espèce. Il y a vingt ans, l'autorité de Schaum prévalant, on inclinait à le regarder comme une des nombreuses variétés d'une forme assez tranchée et propre au sud de l'Europe centrale, le *C. vio-*

soutes en granulations assez fortes, souvent très-confuses et où il devient en général difficile de reconnaître un alignement. — Cette variété et ses sous-variétés caractérisent la province rhéno-mosane. RD : Baraque-Michel, Stavelot (M. Weyers, d'après M. Putzeys (*op. cit.*).

28. *C. convexus*, Fabr. — Petit, court, d'un noir un peu bleuâtre, surtout sur les bords. Corselet peu rétréci en arrière. Élytres à lignes fixes fort peu élevées et avec trois séries de points très-peu distincts. — RD : Embourg, Remouchamps, Hockay.

29. *C. nemoralis*, Müller. — Noir, un peu bronzé sur le corselet et les élytres, dont le bord est teinté de cuivreux. Corselet à peu près carré. Lignes longitudinales des élytres également très-peu saillantes ; trois séries de points-fossettes assez marqués. — RD : Angleur, Sart, Hockay.

laceus. Puis on en est revenu à les séparer, mais à faire dériver toutes les formes voisines de trois types spécifiques, le *violaceus*, le *purpurascens* et l'*obliquus* Thomson. M. Kraatz y ajoute encore le *Ncesi*. Ensuite on a reconnu des variétés à établir aux dépens des variétés, ou comme sous-variétés ; c'est ainsi que, d'après M. Géhin, nos exemplaires de la Baraque-Michel sont plus particulièrement à rapprocher de la variété *asperulus* Kraatz. Mais ce qui reste évident après avoir lu tout ce qui a été écrit à ce sujet, c'est qu'entre toutes ces formes, aussi bien celles qu'on a élevées à la dignité d'espèces que celles auxquelles on a réservé le nom plus modeste de variétés, sous-variétés ou races, il y a tous les passages, toutes les transitions les plus entre-croisées, et que, dans l'opinion transformiste, on ne saurait guère y méconnaître une souche unique, dont les rameaux sont encore bien mal détachés les uns des autres. Dans ce cas, s'il m'est permis d'émettre une opinion personnelle, le plus sage serait de ne pas devancer l'œuvre du temps, qui créera probablement là plusieurs espèces, et de s'en tenir à l'unité établie par Schaum. Si je n'ai pas nommé ici l'espèce *violaceus* au lieu de *purpurascens*, c'est que le *violaceus* typique ne paraissant pas exister en Belgique et l'*exasperatus* ou l'*asperulus* se reliant très-bien au *purpurascens*, quand on prend celui-ci comme une espèce, la chose ne me semblait pas présenter grand inconvénient.

30. *C. irregularis*, Fabr. — D'une forme très-déprimée, aplatie même sur les élytres et assez élargie. Bronzé brunâtre assez métallique, avec des teintes verdâtres au bord du corselet et des élytres. Pattes longues et noirâtres; un ou deux articles rouges à la base des antennes. Corselet transversal, un peu rétréci en arrière. Élytres finement granulées, ayant chacune trois séries de fossettes cuivreuses. — Très-rare et propre aux régions subalpines. RD : D'après M. Putzeys, il a été pris par M. Miedel à la Baraque-Michel.

31. *Cychrus rostratus*, L. — Noir, nullement bronzé. Tête allongée; corselet étroit et cordiforme. Élytres granuleuses, carénées latéralement. RD : La Reid, Hertogenwald et la vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

32. *Brachinus crepitans*, L. — Taille approchant de 10 mill. du reste assez variable. Tête et corselet étroits et rouges. Élytres complétement bleu-verdâtre, coupées carrément en arrière, présentant longitudinalement des côtes peu marquées. — Carrières de calcaire et localités situées sur un sol crayeux. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Tilff, Comblain-au-Pont. — RG : Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Engis, Grâce-Berleur.

33. *B. explodens*, Duft. — Taille dépassant peu 5 mill. Tête et corselet étroits et rouges. Élytres entièrement bleu-verdâtre, coupées carrément en arrière et à côtes effacées ou peu s'en faut. — Moins commun. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). — RG : Flémalle-Haute, Huy.

34. *B. sclopeta*, Fabr. — Taille, forme et couleurs du précédent, sauf une tache rouge allongée couvrant la suture des élytres depuis la base jusqu'au milieu; côtes aussi obsolètes. — Très-rare. RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

35. *Demetrias atricapillus*, L. — Étroit, allongé, jaune-pâle,

avec le corselet rouge, la tête, la poitrine et la base de l'abdomen noires. Crochets des tarses dentelés. — RD : Angleur, Baraque-Michel. RG : Jemeppe.

36. *Dromius linearis*, Ol. — Assez petit, allongé, d'un jaune-grisâtre pâle, avec la tête brune et le corselet rougeâtre; dessous du corps rougeâtre; pattes jaune-pâle. Élytres fortement striées-ponctuées. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

37. *D. angustus*, Brullé (*testaceus* Er.). — Plus grand, allongé, d'un testacé jaunâtre, un peu rembruni sur la tête et les élytres. Celles-ci très-faiblement striées, avec une série de points contre la sixième strie. Pattes jaune-pâle. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*), bois de Kinkampoix à Angleur.

38. *D. quadrimaculatus*, L. — Allongé et un peu parallèle. Taille d'au moins 5 millim. Brun assez foncé et même un peu noirâtre, avec deux taches jaunâtres sur chaque élytre. Corselet à angles postérieurs arrondis. — RD : Tilff, Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

39. *D. quadrinotatus*, Panzer. — Moitié plus petit et de forme assez voisine. Même couleur et mêmes taches des élytres; la tête noire. Corselet à angles postérieurs droits. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Liége (M. Duvivier).

40. *Blechrus maurus*, Sturm. — Très-petit, noir luisant, mais à peine un peu bronzé. Corselet à angles postérieurs saillants. Élytres absolument dépourvues de stries et de fossettes, tronquées au bout. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

41. *Metabletus truncatellus*, L. — Très-petit. D'un noir brillant,

mais non métallique. Angles postérieurs du corselet obtusément tronqués. Élytres plus arrondies sur les côtés que l'espèce suivante, très-faiblement striées et tronquées au sommet. Point de fossettes sur les élytres. — Rare. RG : Je l'ai pris à S^t-Nicolas, près Liége.

42. *M. foveola*, Gyll. — Aussi très-petit et noir, mais à la fois plus brunâtre et plus métallique. Angles postérieurs du corselet obtusément tronqués. Élytres à peine striées, tronquées carrément au sommet. Deux fossettes sur le troisième interstice. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Engis, Awans.

43. *Lionychus quadrillum*, Duft. — Également très-petit, noir et un peu métallique, avec deux taches blanchâtres sur chaque élytre, l'une humérale, l'autre au milieu de la moitié postérieure, arrondie et sujette à disparaître. Corselet cordiforme avec un petit denticule aux angles de la base. Élytres n'ayant de stries apparentes que sur leur moitié interne. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*), environs de Liége (feu Wesmael).

44. *Lamprias cyanocephalus*, L. — Tête, poitrine, abdomen et élytres, d'un bleu plus ou moins verdâtre ; corselet rouge, ainsi que les pattes, à l'exception des tarses, du bout des tibias et de celui des cuisses, qui sont noirâtres. — RD: Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Jemeppe, Flémalle-Haute, Engis.

45. *L. chlorocephalus*, Hoffm. — Tête noire, corselet, poitrine et pattes rouges; élytres vertes ou bleu-verdâtre. — RD : Tilff, vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

46. *Lebia crux-minor*, L. — Tête, écusson, poitrine et abdomen noirs, ainsi que les antennes, sauf les trois ou quatre premiers

articles, qui sont rouges, de même que le corselet. Élytres rouges, mais avec la partie postérieure noire, enclosant sur chaque élytre une grande tache rouge arrondie : autour de l'écusson, une tache noire, généralement réunie à la grande tache postérieure par une ligne noire couvrant la suture. Pattes rouges, avec les genoux et les tarses noirs. — Très-rare. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Awirs.

47. *L. hœmorrhoidalis*, Fabr. — Plus petite. Rouge ; les élytres noires à extrémité rouge. — Aussi très-rare. RG : Flône (feu Wesmael).

48. *Cymindis humeralis*, Fabr. — Noire, brillante, sans pubescence, faiblement ponctuée sur le corselet et les élytres. Corselet cordiforme, à angles postérieurs formant dent. Élytres à stries fortement ponctuées. Bords du prothorax, marge latérale des élytres avec une tache humérale, poitrine et centre de l'abdomen, antennes et pattes jaunes ou testacé-rougeâtre. — RD : Hertogenwald et vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

49. *C. axillaris*, Fabr. (*humagrica* Duft.) — D'une taille un peu inférieure. Brun-clair, également glabre, avec les élytres noirâtres et le corselet rougeâtre ; celui-ci moins fortement cordiforme, sans dent aux angles de la base, finement ponctué sur le disque, rugueusement vers les bords. Élytres à stries profondes, mais finement ponctuées ; les interstries ponctués en séries, avec trois ou quatre gros points sur le troisième ; une tache humérale testacée, se rattachant par la base au bord latéral de l'élytre, qui est de la même nuance. — Rare. RG : Flémalle-Haute.

50. *C. vaporariorum*, L. (*punctata* Dej.) — Même taille, d'un brun assez foncé, virant au noirâtre sur la moitié postérieure des élytres ; pubescente et entièrement ponctuée, plus fortement sur le corselet que sur les élytres. Le premier est cordiforme,

avec des angles postérieurs un peu aigus et saillants en pointes. Les élytres sont striées-ponctuées. Antennes et pattes rouges. — RD : Aywaille et la vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Baraque-Michel.

51. *Dyschirius globosus*, Herbst. — Chaperon céphalique bidenté. Corselet fort globuleux. Strie marginale de l'élytre ne contournant pas l'épaule. Une fossette à la base de l'élytre de chaque côté de la suture. Jambes antérieures portant extérieurement un ou deux faibles denticules. — RD : Baraque-Michel. RG : Jemeppe.

52. *D. æneus*, Dejean. — Plus grand. Chaperon céphalique bidenté. Strie marginale de l'élytre ne contournant pas l'épaule. Une fossette préscutellaire, d'où sortent la première et la deuxième strie. Stries s'effaçant vers l'extrémité. Jambes antérieures munies au bout de leur bord externe de deux denticules aigus. — RG : Jemeppe.

53. *Clivina fossor*, L. — Étroite et parallèle, noire. Corselet subquadrangulaire, pédonculé. — Commune. RD : Neuville-en-Condroz, Stoumont et La Gleize (M. Sauveur), Trois-Ponts (feu Van Volxem), Sart, Hockay, Baraque-Michel. RG : Jemeppe.

54. *Cl. collaris*, Herbst. — Même forme, plus petite. Élytres rougeâtres, parfois tachées de noirâtre. — Aussi fort commune. RD : Grivegnée, Tihange, Esneux, Trois-Ponts, Coo (Putzeys, *op. cit.*), Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Engis.

55. *Loricera pilicornis*, Fabr. — Antennes portant de très-longs poils, leur premier article fort grand et gros. Trois fossettes très-marquées sur le troisième interstrie des élytres. — Commune. RD : Ougrée, Angleur, Tilff, Hermalle-sous-Huy, Hamoir, Sprimont, Baraque-Michel. RG : Liége, Jemeppe, Engis.

56. *Panagæus crux-major*, L. — Tête et corselet noirs. Élytres à base et suture noires, ainsi qu'une bande transverse médiane, laissant quatre taches rouge-orangé, dont la couleur n'est séparée du bord par aucun liseré noir. — RD : Ramioul, vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Loën près Visé.

57. *Licinus silphoides*, Fabr. — Assez large. D'un noir mat. Corselet orbiculaire. Stries des élytres bien marquées; les intervalles portant à la fois une ponctuation fine et des séries de points plus gros. — Rare, sous les pierres dans les carrières de calcaire. RG : Flémalle-Haute.

58. *Badister unipustulatus*, Bonelli. — Tête noire. Corselet jaune-rougeâtre. Élytres noires à reflet bleuâtre, avec la base, la suture et une tache ronde centrale au bout de l'élytre, jaune-rougeâtre. Mésosternum noir avec une tache jaune-rougeâtre de chaque côté. — Rare. RG : Lixhe.

59. *B. bipustulatus*, Fabr. — Un peu plus petit. Mêmes dessins et couleurs, mais avec le mésosternum tout noir. — RD : Martinrive, vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*). RG : Jemeppe, Milmort.

60. *B. humeralis*, Bonelli. — Encore plus petit. Brun de poix presque noir, avec le tour des élytres et une forte tache humérale rougeâtres. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

61. *Callistus lunatus*, Fabr. — Tête et dessous du corps noir-bleuâtre. Corselet rouge. Élytres rouges, avec trois taches noires, une humérale, une médiane latérale et une terminale. Assez rare. RD : Colonster près Angleur, Comblain-au-Pont (M. Roffiaen), vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*). RG : Lixhe.

62. *Chlænius variegatus*, Foureroy (*agrorum* Dej.). — Vert assez

brillant, avec une bordure jaunâtre autour de l'élytre, non élargie en tache apicale. Abdomen noir, également bordé de jaune. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Esneux. RG : Jemeppe.

63. *Chl. nigricornis*, Fabr. — Vert clair à corselet métallique. Premier article des antennes seul rougeâtre. Angles postérieurs du corselet obtus et arrondis. Pattes brun foncé; rouges chez la variété *melanocornis*. — RD : Remouchamps (M. Sauveur), Sprimont (M. Maréchal), Baraque-Michel.

64. *Chl. Schranki*, Duft. — Vert clair, à corselet métallique. Les trois premiers articles des antennes rougeâtres. Angles postérieurs du corselet droits et pointus. Pattes rouges chez la forme typique. — RD : Angleur, Tilff, Méry, Martinrive, Engihoul, Villers-le-Temple, Baraque-Michel, vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*). RG : Jemeppe, Chokier.

Chez la variété *tibialis*, les cuisses sont noires, les tibias testacé-pâle et les tarses bruns. — Je ne l'ai prise qu'une fois dans la province, sur l'îlot de Renori, dans la Meuse, près d'Ougrée. Elle est commune dans la province de Namur, sur les deux rives de la Meuse, près de Dinant.

65. *Chl. vestitus*, Payk. — Vert clair. Élytres ayant une bordure jaunâtre qui s'élargit au bout en tache apicale. — RD : Embourg, Esneux, Remouchamps (M. Sauveur), Baraque-Michel, Hestreux et les vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

66. *Oodes helopioides*, Fabr. — Noir ; de forme très-ovale. Strie marginale et huitième strie des élytres à peu près confondues dans un même sillon. Les autres stries finement ponctuées. — RD : Baraque-Michel et vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

67. *Broscus cephalotes*, L. — Grand, noir, presque cylindrique, avec un corselet fortement rétréci en pédoncule. Élytres lisses.

— RD : Remouchamps (M. Sauveur), Stoumont et La Gleize (*id.*), Baraque-Michel, Quarreux (Putzeys, *op. cit.*). RG : Hollogne-aux-Pierres.

68. *Anchomenus angusticollis*, Fabr. — Plus grand que toutes les espèces suivantes du même genre. Assez svelte, noir et brillant. Corselet cordiforme et notablement plus étroit que les élytres, qui sont arquées latéralement et fortement striées. — RD : Ramet.

69. *A. prasinus*, Thunb. — Beaucoup plus petit. Tête et corselet vert brillant. Élytres testacées, avec leur moitié postérieure couverte presque complétement par une grande tache médiane arrondie, d'un violet foncé, souvent un peu verdâtre. — Extrêmement commun. RD : Environs de Visé, Ramioul, Engihoul, Tilff, Martinrive, Sprimont, vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Baraque-Michel. RG: Lixhe, Glons, Jemeppe, Antheit, Fallais.

70. *A. albipes*, Fabr. — Un peu plus grand, svelte, d'un noir de poix, s'éclaircissant souvent dans la bordure des élytres ; antennes et pattes jaune très-pâle. Corselet cordiforme. Élytres à stries lisses. — Également très-commun, particulièrement au bord des eaux. RD : Angleur, Tilff, Méry, Esneux, Remouchamps (M. Sauveur), Trois-Ponts (Van Volxem), barrage de la Gileppe, Hestreux, Tihange. RG : Selessin, Jemeppe, Chokier.

71. *A. oblongus*, Fabr. — Plus petit et plus rougeâtre que le précédent. Corselet plus long et plus étroit. Élytres à stries fortement ponctuées. — Rare. RG : Liége (M. Duvivier).

72. *A. marginatus*, L. — Vert luisant, parfois même un peu rembruni et cuivreux sur les élytres, qui ont une bordure jaune. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*), Remouchamps (M. Sauveur), Tilff, Esneux. RG : Liége, Jemeppe.

73. *A. sexpunctatus,* L. — Vert-métallique brillant, avec les élytres cuivreuses, encore plus brillantes. Six ou sept points enfoncés sur le troisième interstrie. — RD: Hockay, Baraque-Michel.

74. *A. ericeti,* Panzer (*Agonum bifoveolatum* Sahlb., Dej.) — Plus petit. D'un bronzé brillant et même un peu doré ; mais aussi parfois noirâtre (tels sont nos exemplaires des Hautes-Fanges). Corselet assez étroit, laissant apercevoir sur son disque deux fossettes très-peu marquées. Six points enfoncés sur le troisième interstrie des élytres. — Espèce rare et sans doute caractéristique pour la région subalpine des Hautes-Fanges. Rencontrée à la Baraque-Michel, dans la forêt de Hertogenwald (M. Weyers), aux Fonds de Quarreux (feu Chapuis) (Putzeys, *op. cit.* et note à mon travail sur les Anchoméniens, dans les *Annales de la Société Entomologique de Belgique*, XXII, 44).

75. *A. parumpunctatus,* Fabr. — Vert métallique moins brillant, parfois un peu bronzé ou un peu noirâtre. Angles postérieurs du corselet arrondis. Trois points enfoncés sur le troisième interstrie. — Espèce des plus communes et des plus abondantes. RD : Grivegnée, Retinne, environs de Visé, Angleur, Embourg, Tilff, Méry, Esneux, Strivay, Martinrive, Sprimont (M. Sauveur), Remouchamps (*id.*), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Trois-Ponts (Van Volxem), Baraque-Michel, Engihoul. RG : Loën près Visé, Jemeppe, Antheit.

76. *A gracilipes,* Duftschm. (*Agonum elongatum* Fischer de W., Dej.) — Ressemblant beaucoup au précédent, mais s'en distinguant par la forme des angles du corselet, qui sont obtus, par celle des élytres, qui sont plus étroites, plus parallèles, et par les points du troisième interstrie au nombre de cinq en général, quelquefois quatre ou six. — Extrêmement rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

77. *A. austriacus*, Fabr. — Tête et corselet rouge cuivreux brillant. Élytres vert clair, avec la suture plus ou moins cuivreuse. Chez la variété *modestus*, la seule qui représente dans notre pays cette espèce assez méridionale, la suture seule est cuivreuse, mais, chez le type, cette nuance s'épanche des deux côtés sur le disque. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

78. *A. viduus*, Panzer. — Noir un peu verdâtre, ou simplement noir (var. *moestus*), rarement violacé ou bleuâtre (var. *cyanescens*). Corselet court, à impressions postérieures rugueuses et à angles postérieurs arrondis. Élytres à interstries un peu convexes. — RD : Angleur, environs de Visé, Trois-Ponts, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Chokier, Lixhe.

79. *A. versutus*, Gyll. — Diffère peu du précédent et n'est pas aisé à en distinguer. Taille un peu inférieure. Couleur variant aussi du noir verdâtre au noir à peu près pur. Corselet plus court encore et à angles postérieurs plus complétement disparus dans l'arrondissement général du côté vers la base; impressions postérieures lisses. Interstries des élytres tout à fait plans. — Très-rare. RD : Je l'ai pris à Theux. RG : Liége (M. Duvivier).

80. *A. atratus*, Duft. — A peu près de la même taille; sa couleur est noire, brillante, mais nullement verdâtre. Les pattes sont d'un brun noirâtre, ainsi que le rebord ou repli épipleural de l'élytre. Corselet moins raccourci et à côtés moins arrondis ; les angles postérieurs arrondis; les impressions postérieures de la base nullement rugueuses. Interstries des élytres plans. — RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

81. *A. micans*, Nicolaï (*Agonum pelidnum*, Dejean). — Plus petit. Noir un peu bronzé et brillant en dessus, avec l'épipleure des élytres testacé-brunâtre, ainsi que les pattes. Cor-

selet peu arrondi sur les côtés, à angles postérieurs obtus et faiblement arrondis. Élytres à stries fines et lisses. — Rare. RD : Comblain-au-Pont (M. Roffiaen), vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*)

82. *A. piceus*, L. (*Agonum picipes* Dej.) — Brun-noir de poix, un peu plus clair sur les élytres ; l'épipleure et les pattes d'un brun parfois presque testacé. Corselet peu arrondi sur les côtés, pas plus rétréci en arrière qu'en avant, avec des angles postérieurs obtusément arrondis. Élytres à côtés presque parallèles et à stries très-fines. — Rare. RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

83. *A. gracilis*, Gyll. — Noir tant soit peu brunâtre et uniformément coloré sur tout son corps et ses membres. Corselet comme l'espèce précédente, mais un peu plus rétréci en arrière et avec des angles postérieurs plus arrondis. Élytres à côtés presque parallèles et très-finement striées. — Rare. RD : Baraque-Michel.

84. *A fuliginosus*, Panzer.— Brun-noir de poix, avec les élytres et les pattes plus claires, ces dernières presque testacées. Corselet comme l'espèce précédente, avec les côtés un peu plus arrondis. Élytres ovales, à côtés un peu dilatés et arrondis, avec les stries fines et les interstries plans. — Rare. RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys *op. cit.*).

85. *Olisthopus rotundatus*, Payk. — Brun-foncé brillant. Corselet orbiculaire. Pattes jaunâtres. — RD : Angleur, Seraing, Plainevaux, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hestreux, Baraque-Michel. RG : Flémalle-Haute.

86. *Taphria nivalis*, Panzer. — Noir ou brunâtre, non métallique. Corselet arrondi. Crochets des tarses dentelés. — RD : Seraing, Angleur, Trois-Ponts, Baraque-Michel.

87. *Sphodrus leucophthalmus*, L. — De la taille des *Carabus*, mais moins large et moins massif qu'ils ne le sont généralement. D'un noir assez mat. Corselet cordiforme, avec des angles postérieurs droits. Élytres finement striées-ponctuées. Crochets des tarses sans dentelures. Le mâle a les trochanters des pattes postérieures allongés et épineux. — Rare. RD et RG : Liége, où on le rencontre, par suite de son genre de vie souterrain ou lucifuge, dans les caves de certains grands édifices, parmi lesquels je puis citer l'Université, pour la rive gauche et l'Hôpital de Bavière, pour la rive droite.

88. *Pristonychus terricola*, Herbst. — Moins grand. Noir, avec les élytres le plus souvent bleuâtres. Antennes et pattes brunâtres. Corselet cordiforme, à angles postérieurs presque droits. Élytres à stries finement ponctuées. Crochets des tarses dentelés. — RD : Environs de Visé, Baraque-Michel. RG : Liége.

89. *Calathus cisteloides*, Ill. — Allongé et navicullaire. Deux séries de points enfoncés, l'une sur le troisième et l'autre sur le cinquième intervalle des stries de chaque élytre. Pattes tantôt rougeâtres, tantôt brun foncé ou noires (var. *frigidus*). — Commun. RD : Hermalle-sous-Huy, Remouchamps (M. Sauveur), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hockay, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Grâce-Berleur, Flémalle-Haute.

90. *C. fulvipes*, Gyll. — Fort semblable au précédent pour la forme, mais plus petit. Corselet faiblement bordé de rouge en arrière sur les côtés. Troisième interstrie des élytres portant seul deux ou trois points enfoncés. — Moins commun. RD : Baraque-Michel. RG : Flémalle-Haute.

91. *C. fuscus*, Fabr. — Plus large. Bords latéraux et postérieur du corselet franchement rougeâtres ; l'angle postérieur un peu aigu. Troisième interstrie des élytres avec deux ou trois points

enfoncés. — RD : Huy, Porallée (M. Sauveur), Baraque-Michel ; M. Putzeys (*op. cit.*) l'indique d'Aywaille, de Remouchamps, du Hertogenwald, des vallées de l'Ourthe et de la Vesdre. RG : Flémalle-Haute, Chokier, Hollogne-aux-Pierres.

92. *C. melanocephalus*, L. — Plus petit. Tête noirâtre, corselet brun-ferrugineux clair, élytres brun-marron. — Commun. RD : Ramet, Porallée (M. Sauveur), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hockay, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Flémalle-Haute, Awans.

93. *Pœcilus punctulatus*, Fabr. — Noir, très-peu luisant. Les trois premiers articles des antennes portant en dessus une carène. Élytres finement striées-ponctuées. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

94. *P. cupreus*, L. — D'une couleur métallique, variant du vert au cuivreux, au bleu et même au noirâtre. Les trois premiers articles des antennes carénés en dessus et rougeâtres, surtout les deux premiers. Corselet déprimé en arrière sur les côtés et pourvu de deux impressions, l'externe faible et l'interne plus marquée. Pattes noires, ou quelquefois rouges (var. *affinis*). — Extrêmement commun. RD : Visé, Seraing, Angleur, Boncelles, Méry, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Spa, Hestreux, Hockay, Baraque-Michel, Trois-Ponts. RG : Jemeppe, Flémalle-Haute, Chokier, Loën près Visé, Glons.

95. *P. lepidus*, Fabr. — Même coloration, avec autant de variété dans les teintes. Plus allongé. Antennes entièrement noires, ayant leurs trois premiers articles carénés. Corselet ayant deux fortes impressions postérieures, plus un petit pli externe contre l'angle. — Commun. RD : Ougrée, Ramet, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Lixhe.

96. *P. dimidiatus*, Ol. — Plus grand et plus large; généralement le corps noir, les élytres vert clair et le corselet cuivreux, parfois tout le dessus vert clair ou bronzé plus ou moins foncé. Les trois premiers articles des antennes carénés, les deux premiers rougeâtres en dessous seulement. Corselet bien arrondi sur les côtés; impressions postérieures profondes. Élytres striées-ponctuées. — Peu commun. RD : Embourg, Baraque-Michel, vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

97. *Lagarus vernalis*, Panzer. — Petit; noir de poix brillant. Corselet presque carré, un peu arrondi sur les côtés; angles postérieurs droits. Stries des élytres à peine ponctuées; trois points sur le troisième interstrie. Un rebord à la pointe du prosternum, caractère générique des *Lagarus*, servant très-bien à le distinguer immédiatement des petites espèces d'*Argutor* et d'*Omaseus*. — RD : Trois-Ponts, Baraque-Michel.

98. *Lyperus aterrimus*, Payk. — Assez grand. D'un noir brillant. Corselet presque en carré transversal, peu arrondi sur les côtés, qui sont notablement retroussés; les angles postérieurs obtusément arrondis. Élytres faiblement striées, avec trois fossettes profondes sur le troisième interstrie. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

99. *Omaseus niger*, Schaller. — Plus grand, noir. Corselet à côtés un peu arrondis avant le milieu et à angles postérieurs droits. Élytres fortement striées, à interstries fort saillants. Le mâle a une carène saillante au milieu du dernier segment abdominal. — RD : Angleur, Sart, Baraque-Michel. RG : Lixhe.

100. *O. vulgaris*, L. (*melanarius* Dej.). — Un peu moins grand, noir. Corselet à côtés arrondis dans toute leur longueur, à un plus ou moins fort degré suivant les individus; angles postérieurs obtus, terminés par une petite dent saillante. Élytres

fortement striées, à intervalles moins convexes que chez l'espèce précédente. Dernier segment abdominal du mâle ne présentant rien de particulier. — Extrêmement commun et abondant. RD : Angleur, Ramet, Tilff, Martinrive, Sprimont (M. Sauveur), Remouchamps (*id.*), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hockay, Baraque-Michel. RG : Lixhe, Milmort, Grâce-Berleur, Hollogne-aux-Pierres, Mons, Flémalle-Grande, Antheit.

MATÉRIAUX

POUR LA

FAUNE ENTOMOLOGIQUE DE LA PROVINCE DE LIÉGE.

COLÉOPTÈRES

DEUXIÈME CENTURIE

PAR

ALFRED PREUDHOMME DE BORRE.

COLÉOPTÈRES DE LA PROVINCE DE LIÉGE.

CENTURIE II.

FAMILLE DES CARABIQUES (*suite*).

1. *Omaseus nigrita*, Fabr. — Un peu allongé et parallèle; d'un noir brillant. Corselet à côtés bien arrondis. Élytres fortement striées; leur suture ne formant pas une saillie pointue au sommet. Dernier segment abdominal du mâle pourvu, à son centre, d'un petit tubercule. — RD : Angleur, Tilff, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Trois-Ponts, Hockay, Baraque-Michel.

2. *O. anthracinus*, Illig. — Très-voisin du précédent, dont il se distingue par les côtés du corselet moins arrondis et surtout par la pointe commune que fait la suture des élytres à leur sommet. Le dernier segment abdominal du mâle sans tubercule, mais creusé d'une petite fossette. — RD : Pepinster, Baraque-Michel. RG : Jemeppe.

3. *O. gracilis*, Dejean. — Plus petit; noir brillant, avec les pattes brun-noirâtre. Corselet faiblement arrondi sur les côtés, nullement rétréci en arrière. Élytres à stries fortement ponctuées. Dernier segment abdominal du mâle lisse. — Très-rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *Liste des Carabiques de la région entre l'Ourthe et la Vesdre*).

4. *Argutor strenuus*, Panzer. — Petit; noir de poix, avec les antennes et les pattes rougeâtres. Corselet un peu cordiforme, ponctué en dessous sur les côtés; une seule strie près des angles de la base. Stries des élytres assez fortement ponctuées. Point de rebord à la pointe du prosternum. — RD : Hoekay, Baraque-Michel.

5. *A. diligens*, Sturm. — Très-voisin du précédent par la forme, la taille et la couleur. Corselet un peu moins rétréci à la base, avec une strie basilaire un peu plus forte; en dessous, ses côtés ne présentent aucune ponctuation. Stries des élytres moins fortement ponctuées. Point de rebord à la pointe du prosternum. — RD : Hestreux, Hoekay, Baraque-Michel.

6. *Platysma oblongopunctatum*, Fabr. — Noir-bronzé, quelque peu brunâtre en dessus, simplement noir en dessous. Corselet cordiforme, aussi long que large; la base ayant de chaque côté une strie assez profonde, entourée de rides et de points. Élytres fortement striées, avec cinq (parfois quatre ou six) fossettes assez grandes sur le troisième interstrie. — RD : Angleur, Seraing, Theux. RG : Amay.

7. *P. angustatum*, Duft. — Un peu plus petit. Noir assez brillant, mais sans nuance bronzée, ni éclat métallique. Corselet cordiforme, plus large que long; la base assez ponctuée et portant de chaque côté une impression-strie assez profonde. Élytres fortement striées, n'ayant pas plus de trois fossettes sur le troisième interstrie. — Rare. RD : Baraque-Michel.

8. *Steropus madidus*, Fabr. (*concinnus*, Sturm, Dejean). — D'un noir brillant. Corselet fortement arrondi, à angles postérieurs aussi arrondis. Élytres en ovale allongé, assez convexes. Un seul point enfoncé en arrière sur le troisième interstrie. Cuisses noires. Dernier segment abdominal du mâle creusé d'une fossette bordée en avant par une saillie transversale. — Commun. RD : Angleur, Tilff, Esneux, Comblain-au-Pont, Martinrive,

Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Chaudfontaine, Pepinster, bassin de la Gileppe, Baraque-Michel, Ramet, Hermalle-sous-Huy, Huy. RG : Liége, St-Nicolas, Lixhe, Glons, Flémalle-Grande, Antheit.

La variété à cuisses rouges (*madidus*, Dej.), très-rare dans la *province belge*, l'est beaucoup moins dans la *province rhéno-mosane*. RD : Sprimont (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Baraque-Michel.

9. *St. æthiops*, Panzer. — Couleur et forme de l'espèce précédente, mais plus court et plus ramassé. Troisième interstrie des élytres offrant trois points enfoncés. Le mâle a une fossette sur le dernier segment abdominal et un assez fort tubercule sur l'avant-dernier segment. — Très-rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

10. *Pterostichus parumpunctatus*, Dej. — Noir brillant. Corselet cordiforme, à angles droits, assez profondément impressionné à la base de chaque côté et ayant le plus souvent, entre l'angle et cette dépression, une autre courte strie imprimée. Stries des élytres sans autre ponctuation que trois points sur la troisième. Le mâle a sur le dernier segment abdominal une petite carène longitudinale formant pointe à sa base. — Cette espèce, très-rare dans la *province belge*, est passablement commune dans la *province rhéno-mosane*. RD : Angleur, Ougrée, Seraing, Ramet, Tilff, Strivay, Porallée (M. Sauveur), Goé, Baraque-Michel.

11. *Abax striola*, Fabr. — Grand et large, noir. Corselet presque carré. Élytres très-déprimées. Huitième strie marquée de gros points en série serrée. Élytres brillantes chez le mâle, mates chez la femelle. — RD : Angleur, Ougrée, Tilff, Engihoul, Martinrive, Trois-Ponts, Baraque-Michel.

12. *A. ovalis*, Duft. — Plus petit, court, large, ovale. Corselet rétréci en avant et faiblement arrondi sur les côtés. Élytres

moins déprimées. — Moins commun. RD : Tilff, Porallée (M. Sauveur).

13. *A. carinatus*, Duft. — De même taille, mais plus oblong qu'ovale. Corselet carré. Élytres assez déprimées, avec des stries profondes et fortement ponctuées, dont les intervalles sont assez élevés, surtout le septième qui, sur toute sa longueur, forme une véritable carène. Points ocellés de la huitième strie rares et très-peu apparents. — Très-rare. RD : Gomzé-Andoumont (M. Miedel), Theux et la vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

14. *A. parallelus*, Duft. — D'une taille intermédiaire entre les deux espèces précédentes et l'*A. striola*, dont il a la couleur et la forme, tout en étant moins déprimé. Élytres à stries profondes, mais faiblement ponctuées; le septième intervalle n'est caréné qu'à la base. Points de la huitième strie bien apparents, mais plus espacés que chez l'*A. striola*. — RD : Angleur, Ougrée, Seraing, Esneux, Martinrive, Engihoul, Baraque-Michel.

15. *Molops terricola*, Fabr. — Brun-noirâtre. Corselet cordiforme, à angles postérieurs aigus; la base ayant de chaque côté deux fortes impressions longitudinales, dont l'extérieure seule atteint le bord. Élytres très-courtes et ovales. — RD : Ougrée, Seraing, Engihoul, Baraque-Michel, bassin de la Gileppe, Hestreux (Putzeys, *op. cit.*).

16. *Amara patricia*, Duft. — Ovale, allongée, d'un noir brunâtre, avec les pattes et les antennes entièrement rougeâtres. Base du corselet ponctuée, avec deux impressions de chaque côté. Élytres striées-ponctuées. Dernier segment abdominal marqué de chaque côté d'un point pilifère chez le mâle, de deux chez la femelle. — Rare. RD : Porallée (M. Sauveur).

17. *A. fulva*, de Geer. — Large; d'un rouge ferrugineux géné-

ralement assez clair et presque jaunâtre, avec un léger reflet métallescent. Corselet à base ponctuée et bi-impressionnée de chaque côté. Élytres fortement striées-ponctuées. Un point de chaque côté du segment anal chez le mâle, deux chez la femelle. — RD : Seraing, Baraque-Michel.

18. *A. apricaria*, Payk. — Plus petite, d'un noir de poix, avec un brillant tant soit peu métallique. Pattes et antennes rouges. Corselet ayant la base fortement ponctuée, surtout sur les côtés et deux fortes impressions de chaque côté. Élytres fortement striées-ponctuées. Un point anal de chaque côté chez le mâle, deux chez la femelle. — Assez commune. RD : environs de Visé, Seraing, Huy, Porallée (M. Sauveur). RG : Liége, Jemeppe, Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Velroux, Awans.

19. *A. consularis*, Duft. — Un peu plus grande, noir-brunâtre, plus clair en dessous, avec les pattes et les antennes rougeâtres. Corselet à peu près aussi large à la base qu'au milieu; angles postérieurs droits, mais à sommet formant denticule; base ponctuée, avec deux impressions courtes et profondes, dont l'externe est limitée extérieurement par une petite carène. Élytres fortement striées-ponctuées. Segment anal portant de chaque côté un point chez le mâle et deux chez la femelle. — Rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

20. *A. aulica*, Panzer. — Notablement plus grande et de forme plus allongée que les autres espèces du genre; d'un noir de poix peu brillant. Corselet bien arrondi sur les côtés et rétréci en arrière. Élytres ponctuées-striées. Pattes et antennes rougeâtres. — RD : Porallée (M. Sauveur), Hockay, Baraque-Michel. RG : Liége, Hollogne-aux-Pierres, Grâce-Berleur, Jemeppe, Flémalle-Haute.

21. *A. tricuspidata*, Dejean. — Noir-verdâtre, assez peu bronzé, avec les pattes rougeâtres, sauf les cuisses et le bout des tarses;

les quatre premiers articles des antennes rougeâtres. Corselet court et large en arrière, à angles antérieurs et postérieurs aigus et saillants ; base faiblement impressionnée et peu ponctuée. Éperon terminal des jambes antérieures à trois pointes. — Rare. RG : Jemeppe.

22. *A. plebeja*, Gyll. — Plus petite, d'un bronzé verdâtre brillant, avec les tibias et trois et demi articles (c'est-à-dire les trois premiers et la base du quatrième) des antennes rougeâtres. Corselet à angles antérieurs aigus et saillants, et postérieurs à peu près droits; la base légèrement ponctuée, avec deux faibles stries de chaque côté. Éperon terminal des jambes antérieures à trois pointes. — RD : Boncelles, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Antheit.

23. *A. similata*, Gyll. — Ovale, un peu allongée; bronzé-verdâtre, les trois et demi premiers articles des antennes et les tarses testacés, les tibias brun-rougeâtre. Corselet à angles antérieurs pointus et saillants, postérieurs droits; la base à ponctuation faible et dense et les deux impressions latérales petites et peu profondes. Stries des élytres se creusant en arrière. Deux points pilifères de chaque côté du segment anal chez les deux sexes. — RD : Liége, Ougrée, environs de Visé, Remouchamps (Putzeys, *op. cit.*), Baraque-Michel (*id.*).

24. *A. ovata*, Fabr. — Ovale, assez large. Bronzé-verdâtre, parfois noir-bleuâtre, les trois et demi premiers articles des antennes rougeâtres, les pattes entièrement noires. Corselet à angles antérieurs saillants et aigus, les postérieurs formant une pointe dirigée en arrière, la base non ponctuée et avec une seule impression de chaque côté, assez peu marquée. Stries des élytres peu profondes au sommet. Deux points également au segment anal dans les deux sexes. — RD : Baraque-Michel, vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*). RG : Montegnée, Loncin, Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Engis.

25. *A. montivaga,* Sturm. — Large, ovale et un peu plus courte que l'espèce précédente. Bronzé-verdâtre très-brillant, les trois et demi premiers articles des antennes rouges et les pattes noires. Corselet comme chez l'espèce précédente, mais avec la base tout à fait dépourvue de points et d'impressions, ou n'en laissant voir que les plus insignifiants vestiges. Stries des élytres plus profondes au sommet. Segment anal portant un point chez le mâle et deux chez la femelle. — Rare. RD : Porallée (M. Sauveur), vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

26. *A. nitida,* Sturm. — Forme de l'espèce précédente, plus petite. D'un bronzé moins verdâtre, les trois et demi premiers articles des antennes rougeâtres, ainsi que les tibias et les tarses, ces derniers plus foncés. Corselet coupé carrément en avant, avec les angles antérieurs arrondis, les postérieurs faisant pointe en arrière; base lisse, mais avec deux très-faibles strioles de chaque côté. Stries des élytres plus creusées en arrière. Segment anal portant un point chez le mâle, deux chez la femelle. — Rare. RD : Grivegnée, Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*) RG : Liége.

27. *A. communis,* Panzer. — Brièvement ovale, bronzée et de nuances variées, les trois ou trois et demi premiers articles des antennes rougeâtres, ainsi que les tibias. Corselet à angles antérieurs proéminents et aigus, les postérieurs également aigus, par suite d'une courbure ou sinuosité de la base; celle-ci ponctuée de chaque côté, avec deux impressions peu marquées. Stries des élytres plus creusées en arrière. Segment anal n'ayant qu'un point chez les deux sexes. — RD : Visé, Hockay, Baraque-Michel. RG : Lixhe, Flémalle-Haute, Engis.

28. *A. vulgaris,* Panzer (*lunicollis,* Schiödte). — Un peu plus grande et assez large, bronzée, les pattes entièrement noires, et deux articles des antennes rougeâtres, en dessous seulement. Corselet à angles antérieurs proéminents et aigus, les postérieurs droits, la base n'étant pas arquée ; elle est marquée de

chaque côté de deux courtes strioles et à peu près lisse. Stries des élytres plus profondes en arrière. Un seul point au segment anal chez les deux sexes. — RD : Ougrée, Huy, Chaudfontaine, Louveigné, Goé, Hockay, Stoumont et La Gleize (M. Sauveur). RG : Liége.

29. *A. spreta*, Dejean. — Ovale ; d'un bronzé brillant, avec les tibias et seulement les deux premiers articles des antennes rougeâtres. Angles postérieurs du corselet aigus et un peu proéminents en arrière ; base ayant de chaque côté deux impressions striales courtes et quelques points. Stries des élytres ne se creusant pas davantage vers le sommet. Un seul point sur chaque côté du segment anal chez les deux sexes. — Rare. RG : Jemeppe.

30. *A. famelica*, Zimmermann. — Ressemblant beaucoup à l'espèce précédente, mais d'une taille un peu supérieure ; d'un bronzé un peu plus foncé. Pattes entièrement noires. Aux antennes, le premier article et parfois le dessous du deuxième sont seuls rougeâtres. Base du corselet marquée de deux faibles stries et imponctuée. Segment anal présentant de chaque côté un point pilifère chez le mâle, deux chez la femelle. — Très-rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*)

31. *A. trivialis*, Gyll. — Très-voisine aussi de l'*A. spreta* par la forme et la couleur, qui est sujette à varier. Taille plus petite. Les tibias et trois articles et demi aux antennes rougeâtres. Corselet à angles postérieurs droits ; une seule impression distincte de chaque côté de la base, qui est à peu près absolument exempte de ponctuation. Stries des élytres nullement approfondies vers le bout. Segment anal portant un point pilifère chez le mâle, deux chez la femelle. — Extrêmement commune et abondante. RD : Visé, Grivegnée, Angleur, Yvoz, Huy, bassin de la Gilleppe, Baraque-Michel, Porallée (M. Sauveur). RG : Liége, S^{t} Nicolas, Montegnée, Milmort, Lixhe, Awans, Hollogne-aux-Pierres, Jemeppe, Flémalle-Haute, Engis.

32. *A. acuminata*, Payk. — Ovale, très-grande et très-large, d'un bronzé souvent très-clair, avec les pattes noires et trois articles et demi rouges aux antennes. Corselet très-large, à angles antérieurs peu pointus et postérieurs, au contraire, aigus et saillants en arrière ; base lisse, marquée d'une seule striole. Stries des élytres se creusant vers le sommet, qui est un peu acuminé. Un point pilifère de chaque côté du segment anal chez le mâle, deux chez la femelle. — RG : Hollogne-aux-Pierres.

33. *A. familiaris*, Duft. — Ovale, assez petite, bronzée ; les pattes entières sont rouges, ainsi que trois et demi articles aux antennes. Corselet à angles antérieurs très-saillants et postérieurs à peu près droits; base avec deux impressions de chaque côté. Strie préscutellaire des élytres sans point enfoncé à sa base. Un seul point pilifère de chaque côté du segment anal chez le mâle, deux chez la femelle. — Très-commune. RD : Environs de Visé, Grivegnée, Angleur, Embourg, Hockay, Baraque-Michel. RG : Awans, Hollogne-aux-Pierres, Jemeppe, Flémalle-Haute, Engis.

34. *A. lucida*, Duft. — Plus petite ; très-voisine de la précédente dont elle se distingue seulement par la forme des angles antérieurs du corselet, qui sont obtus et point saillants. Yeux relativement gros. — RG : Liége, Ans, Jemeppe, Engis.

35. *A. ingenua*, Duft. — Ovale assez large, d'un bronzé brunâtre, avec les antennes, les pattes et le bord extérieur des élytres rougeâtres. Corselet à angles antérieurs obtus, arrondis et peu saillants; angles postérieurs droits; la base a de chaque côté deux impressions profondes et ponctuées. Stries des élytres ponctuées. Deux points à chaque côté du segment anal chez les deux sexes. — Très-rare. RD : Hockay.

36. *A. cursitans*, Zimmermann. — Un peu plus petite et moins élargie; d'un bronzé brunâtre assez clair et avec un éclat plus

métallescent. Antennes et pattes rougeâtres, ainsi que l'extrémité du bord externe des élytres ; une transparence rougeâtre se montre souvent aussi aux bords du corselet vers l'angle postérieur. Les angles antérieurs du corselet arrondis et point saillants ; les postérieurs droits, pointus et faisant un peu saillie extérieurement ; base fort déprimée sur les côtés, avec deux fortes impressions ponctuées. Stries des élytres ponctuées. Deux points au segment anal chez les deux sexes. — Très-rare et habitant seulement les carrières de calcaire. RD : Aywaille (Putzeys, *op. cit.*). RG : Flémalle-Haute.

37. A. *municipalis*, Duft. (*modesta*, Dej.). — Notablement plus petite. Noir-brunâtre bronzé, avec les pattes rougeâtres, ainsi que le premier article des antennes, qui sont brunes pour le reste. Corselet assez court, avec les angles antérieurs arrondis et peu saillants, les postérieurs droits et formant aussi une petite saillie extérieure; base ayant de chaque côté deux fossettes ponctuées, dont l'externe dirigée obliquement vers l'angle postérieur. Élytres à stries fines et obsolètement ponctuées. Deux points au segment anal dans les deux sexes. — Extrêmement rare. RD : Trouvée une seule fois par M. Weyers, dans la vallée de l'Ourthe, probablement aux environs de Comblain-la-Tour.

38. *A. bifrons*, Gyll. — Petite et d'aspect délicat. D'un bronzé très-clair et brillant; antennes et pattes jaune-rougeâtre. Corselet large et peu rétréci en avant; angles antérieurs très-obtus et arrondis; angles postérieurs droits; base très-fortement ponctuée, ayant de chaque côté deux strioles profondes. Élytres profondément striées-ponctuées. Segment anal offrant un point de chaque côté chez le mâle, deux chez la femelle. — RD : Baraque-Michel, Remouchamps (M. Sauveur), vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

39. *A. rufocincta*, Sahlb. — De même taille, mais plus large et plus robuste. D'un brun de poix généralement assez foncé,

avec quelque éclat métallique. Pattes et antennes rouges, ainsi qu'une vague bordure aux côtés du prothorax et l'épipleure des élytres. Corselet plus fortement rétréci en avant; les angles antérieurs proéminents et aigus, les postérieurs droits; base ayant des impressions moins profondes. Élytres profondément striées-ponctuées. Strie scutellaire sortant d'un gros point enfoncé. Segment anal offrant de chaque côté un point chez le mâle, deux chez la femelle. — RD : Embourg, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*). RG : Flémalle-Haute.

40. *Zabrus gibbus*, Fabr. — Gros et presque cylindrique. Noir-brunâtre foncé, plus clair en dessous. Épaules des élytres formant une saillie denticulaire. Stries ponctuées. — Commun aux mois d'août et septembre. RD : Comblain-la-Tour, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id*), Baraque-Michel. RG : Montegnée, Grâce-Berleur, Awans, Hollogne-aux-Pierres.

41. *Patrobus excavatus*, Payk. (*rufipes*, Dej.), — D'un brun de poix assez rougeâtre, surtout en dessous; pattes et antennes d'un rougeâtre clair. Corselet cordiforme, avec des angles postérieurs droits ou un peu aigus ; une impression transverse en avant, et, sur la base, une impression plus profonde de chaque côté, toutes trois ponctuées. Élytres striées-ponctuées ; trois points sur le troisième interstrie. Deux premiers articles des tarses antérieurs seuls dilatés chez le mâle. — Assez rare. RD : Baraque-Michel, Hertogenwald (Putzeys, *op. cit.*).

42. *Stomis pumicatus*, Panzer. — Assez svelte et allongé, d'un noir de poix brillant, avec les pattes et les antennes rougeâtres. Celles-ci très-longues, atteignant ou même dépassant la moitié du corps; le premier article est surtout fort grand. Élytres fortement striées-ponctuées. Le sternum est fortement ponctué. — RD : Tilff.

43. *Diachromus germanus*, L. — Testacé-jaunâtre, avec le

corselet d'un bleu violacé, ainsi que la partie postérieure des élytres. Antennes rembrunies vers le bout. Pattes jaunes. Corselet et élytres entièrement ponctués. — Peu commun. RD : Neuville-en-Condroz, Tilff (M. Maréchal), vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

44. *Anisodactylus signatus*, Panzer. — Grand et large ; noir, avec les antennes et l'épipleure des élytres brun-noirâtre ; deux petites taches rouges souvent effacées sur le front. Corselet subquadrangulaire, à angles postérieurs droits, mais émoussés, densément et assez rugueusement ponctué sur la base, moins sur le disque et en avant ; base faiblement impressionnée. Élytres à stries non ponctuées ; troisième interstrie sans point enfoncé. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

45. *A. binotatus*, Fabr. — Un peu moins grand et moins large ; noir, avec le premier article des antennes rouge, ainsi que deux petites taches presque effacées sur le front. Corselet à côtés arrondis, à angles postérieurs obtus, mais formant un denticule saillant à leur sommet ; base rugueuse et faiblement impressionnée. Élytres assez fortement striées, avec un point sur la partie postérieure du troisième interstrie. Pattes noires ; chez la variété *spurcaticornis*, elles sont rouges. — RD : Hestreux, Baraque-Michel. RD : Liége.

46. *A. nemorivagus*, Duft. — Un peu plus petit ; noir, avec les deux premiers articles des antennes et les pattes rouges ; deux taches rouges également sur le front. Corselet de forme à peu près semblable, aussi rugueusement ponctué à la base et marqué d'une striole de chaque côté. Une forte échancrure au bord postérieur de chaque élytre. — RD : Gomzé-Andoumont, Remouchamps (M. Sauveur), vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Quarreux (*id.*), Baraque-Michel (*id.*).

47. *Bradycellus cognatus*, Gyll. — Assez petit. Brun-noirâtre,

avec les premiers articles des antennes, les pattes et le pourtour des élytres brun-testacé. — Très-rare ; espèce aretique ou subalpine. RD : Baraque-Michel.

48. *B. harpalinus,* Dej. — Un peu plus grand. Brun-rougeâtre, avec les antennes et les pattes ferrugineux plus clair. Corselet à angles postérieurs presque arrondis. Élytres striées-ponctuées. — RD : Angleur.

49. *B. collaris,* Payk. — Plus petit. Également brun-rougeâtre, avec la tête et le corselet un peu plus clairs que les élytres. Angles postérieurs du corselet obtus et moins arrondis ; les fossettes de la base moins marquées. Stries des élytres plus fortes et interstries plus convexes. — RD . Baraque-Michel.

50. *B. similis,* Dejean. — Encore plus petit. D'un brun plus ou moins foncé, avec la suture des élytres plus claire, ainsi que parfois le bord de l'élytre. Antennes et pattes testacées. Angles postérieurs du corselet encore plus faiblement arrondis. — RD : Baraque-Michel.

51. *Ophonus sabulicola,* Panzer. — D'assez grande taille. Tête et corselet noir de poix; élytres bleu-verdâtre ; dessous du corps brun-rougeâtre; antennes et pattes rouges. Corselet modérément arrondi sur les côtés, avec les angles postérieurs obtus. Corselet et élytres ponctués. Celles-ci très-faiblement sinuées près du sommet. — Rare. RD : Embourg.

52. *O. azureus,* Fabricius. — Beaucoup plus petit. D'un bleu-verdâtre ou d'un vert bleuâtre en dessus, brun de poix en dessous ; antennes et pattes rouges. Corselet rétréci en arrière, avec les angles postérieurs obtus. Corselet et élytres couverts d'une ponctuation plus ou moins serrée. — Commun. RD : Tilff, Comblain-au-Pont, Remouchamps (M. Sauveur), Poralée (*id.*). RG : Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Grâce-Berleur, Engis.

53. *O. cordatus,* Duft. — Un peu plus grand. D'un brun de poix rougeâtre et plus clair en dessous ; très-souvent la tête, le corselet et les bords latéraux et suturaux des élytres s'éclaircissant aussi au point d'être franchement rougeâtres. Antennes aussi rougeâtres; pattes d'un testacé clair. Corselet cordiforme, très-brusquement rétréci vers la base, dont les angles sont droits. Ponctuation du dessus générale et les stries des élytres très-finement ponctuées. — Peu commun. RD : Esneux, Comblain-au-Pont, Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

54. *O. rupicola,* Sturm (*subcordatus,* Dej.) — Taille assez identique. Coloration d'un brun rougeâtre plus foncé, surtout en dessus et n'ayant pas la même disposition à s'éclaircir partiellement, sauf que la tête et le corselet sont un peu plus rougeâtres que les élytres. Pattes et antennes rougeâtres. Corselet cordiforme à un moindre degré, sans brusque rétrécissement vers la base ; angles postérieurs un peu obtus. Ponctuation du dessus tout aussi générale, mais plus profonde sur les élytres. — RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*). RG : Flémalle-Haute.

55. *O. puncticollis,* Payk. — Même couleur et même taille. La tête et le corselet généralement d'un brun rougeâtre plus clair que celui des élytres. Antennes et pattes rougeâtres, ces dernières moins foncées. Corselet cordiforme à un moindre degré encore et sans brusque rétrécissement à la base, dont les angles sont absolument droits. Ponctuation du dessus générale ; sur les élytres, les interstries sont plus densément, mais moins fortement ponctués que chez *O. rupicola.* — RG : Flémalle-Haute.

56. *O. rufibarbis,* Fabr. (*brevicollis,* Dej.) — De la même taille et de la même couleur brun-noirâtre de poix, ici plus noirâtre que chez les espèces précédentes, surtout sur les élytres. Les pattes et les antennes sont au contraire d'un testacé plus clair. Corselet aussi subcordiforme, mais notablement plus large et

à côtés plus arrondis en avant; angles postérieurs droits. Ponctuation générale, mais plus fine et moins serrée que celle des espèces précédentes. — RD : Porallée (M. Sauveur), vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Flémalle-Haute.

57. *O. parallelus*, Dejean. — Plus petit. Aussi brun-noirâtre, plus clair en dessous, sur la tête et sur le corselet. Pattes et antennes testacé-rougeâtre. Corselet presque quadrangulaire et seulement un peu sinué avant les angles postérieurs, qui sont droits. Ponctuation générale, un peu grossière sur le corselet, très-fine et très-dense sur les élytres, où les troisième, cinquième et septième interstries ont en outre une série de points plus forts. — Très-rare. RD : Vallée de l'Ourthe (M. Putzeys).

58. *O. maculicornis*, Duft. — De la même taille environ. Noir un peu brunâtre, avec les pattes testacées, ainsi que les premiers articles des antennes. Ponctuation du corselet un peu moins dense sur le disque. Bord externe de l'élytre profondément échancré avant le sommet. — RG : Loën près Visé.

59. *Harpalus ruficornis*, Fabr. — Grand, noir de poix, avec les antennes et les pattes rouges. Corselet entièrement ponctué, mais plus fortement sur la base, dont les angles sont droits. Élytres densément ponctuées et couvertes d'une pubescence dorée, sinuées au bord un peu avant le sommet. — Extrêmement commun et abondant. RD : Neuville en Condroz, Martinrive, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hockay, Baraque-Michel. RG : Liége, Lixhe, Glons, Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Chokier, Engis.

60. *H. griseus*, Panzer. — Très-voisin du précédent, mais plus petit. Se distingue en ce que la base du corselet seulement est ponctuée; les angles postérieurs sont un peu obtus; les élytres n'ont près de leur sommet qu'un très-faible sinus. — Moins commun. RD : Remouchamps (M. Sauveur), vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Flémalle-Haute, Glons.

61. *H. calceatus*, Duft. — Plus grand et de même couleur, sans aucune pubescence. Les tarses seuls et les antennes rouges. Base du corselet seule ponctuée; ses angles droits ou presque droits. Élytres à stries profondes n'ayant de ponctuation qu'au neuvième interstrie. — Peu commun. RD : Gomzé, vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

62. *H. hottentota*, Sturm. — De taille inférieure au précédent ; plus noirâtre, avec les antennes, les tibias, les tarses et parfois les cuisses (var. *sobrinus*) rouges. Corselet ayant de chaque côté de la base une faible impression un peu ponctuée ; côtés se rétrécissant un peu en arrière pour former des angles tout à fait droits. Élytres fortement striées ; interstries sans ponctuation. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (M. Weyers). RG : Flémalle-Haute.

63. *H. lævicollis*, Duft. (*satyrus*, Dej.) — Notablement plus petit. Noir de poix assez brillant, avec le premier article des antennes et les pattes testacés ; parfois les cuisses sont rembrunies (var. *nitens*). Le corselet est cordiforme, par suite de la forte rétraction des côtés avant d'arriver à la base, dont les angles sont un peu aigus; impressions basilaires fortes, leur ponctuation s'étendant à presque toute la base. Élytres à stries fines et lisses. — RD : Ensival, Hockay, vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*), Baraque-Michel (*id.*). RG : Jemeppe.

64. *H. ignavus*, Duft. (*honestus*, Dej.) — Un peu plus grand. Très-variable pour la couleur du dessus, qui est tantôt bleue ou verte, tantôt noire, très-brillante chez les mâles, mate chez les femelles. Le dessous est d'un brun noir foncé, avec les pattes plus claires et devenant même rougeâtres sur les tarses et en partie sur les tibias. Antennes rouges, avec les deuxième et troisième articles noirs à la base. Corselet faiblement rétréci en arrière ; angles postérieurs droits ; les impressions basilaires profondes ; la base sans autre ponctuation que celle des impressions. Les derniers interstries des élytres sans autre

ponctuation qu'une série de gros points sur le septième. Un faible sinus marginal près du sommet. — RD : Environs de Visé, Embourg, Comblain-au-Pont, Remouchamps (M. Sauveur), Baraque-Michel. RG : Liége, Flémalle-Haute.

65. *H. distinguendus*, Duft. — Même taille. Vert ou bronzé, mais avec de fréquentes variétés bleues, noires, cuivreuses, etc. L'éclat ne diffère pas dans les deux sexes. Le dessous est noir, ainsi que les cuisses et le bout des tibias, dont la base est brun de poix, de même que les tarses. Antennes brunâtres, avec le premier article et le sommet des deux suivants rougeâtres. Corselet de même forme que l'espèce précédente; angles postérieurs droits; la ponctuation couvre toute la base, sauf le milieu; les fossettes latérales sont moins prononcées. Les interstries externes des élytres n'ont pas la ponctuation fine qui se remarque chez l'espèce suivante, et le bord de l'élytre n'est que faiblement sinué vers le bout. — Peu commun. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*). RG : Liége, Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Engis, Hollogne-aux-Pierres.

66. *H. æneus*, Fabr. — Même taille, couleur semblable et présentant aussi beaucoup de variétés ; plus rarement bleu, violet ou noir, il est plus souvent cuivreux et métallique que le *H. distinguendus*. Pattes rouges, mais quelquefois noirâtres (var. *confusus*); antennes entièrement rouges. Corselet subquadrangulaire ; angles postérieurs un peu plus ouverts qu'un angle droit et ayant leur pointe émoussée ; impressions de la base faibles ; ponctuation couvrant toute la base, sauf le milieu. Les deux ou trois interstries externes des élytres couverts d'une ponctuation très-fine et dense ; une profonde échancrure au bord de l'élytre près du sommet. — Extrêmement commun et abondant. RD : Environs de Visé, Seraing, Yvoz, Huy, Tilff, Comblain-au-Pont, Martinrive, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Pepinster, Hockay, Baraque-Michel. RG : Landen, Lixhe, Milmort, Liége,

Jemeppe, Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Hollogne-aux-Pierres, Engis, Antheit.

67. *H. rubripes,* Duft. — Même taille ; un peu plus robuste d'aspect. Le mâle est généralement d'un bleu assez foncé, mais brillant, parfois verdâtre, quelquefois vert, très-rarement noir (var. *fulvipes*) ; la femelle est d'un noir mat et satiné, avec des reflets très-faibles de la couleur du mâle. Dessous du corps noir. Pattes et antennes rouges. Angles postérieurs du corselet droits; base ponctuée, avec des impressions peu profondes ; bords latéraux souvent rougeâtres. Élytres fortement striées; pas de ponctuation sur les interstries externes, mais une série de six ou sept gros points au bout du septième. La variété *sobrinus* a des cuisses brun-noirâtre. — RD : Baraque-Michel. RG : Liége, Jemeppe, Flémalle-Haute, Engis.

68. *H. latus,* L. (*limbatus,* Dej.). — Plus petit; assez large. Noir ; antennes, pattes et bord latéral étroit du corselet rouges. Corselet quadrangulaire, avec les angles postérieurs un peu obtus, à sommet légèrement tronqué; les impressions basilaires peu profondes ; toute la base ponctuée. Élytres à stries fortes et lisses. Pas de série de gros points au septième interstrie. — Commun. RD : Angleur, Esneux, Remouchamps (M. Sauveur), Porallée (*id.*), Stoumont et La Gleize (*id.*), Hockay, Baraque-Michel. RG : Jemeppe, Flémalle-Haute, Engis.

69. *H. luteicornis,* Duft. — Plus petit et très-peu différent du précédent. Les antennes et les pattes sont d'un rouge plus clair et plus jaunâtre. Le bord externe du corselet rougeâtre. Les angles postérieurs droits et pointus ; la base ponctuée latéralement et presque lisse au milieu. — Rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

70. *H. fuliginosus,* Duft. (*solitaris,* Dej.). — Un peu plus grand. Noir, avec les antennes, les tibias et les tarses rougeâtres, les

cuisses et le bout des tibias brun de poix. Tête relativement grosse. Corselet fortement arrondi sur les côtés; angles postérieurs obtus; base ponctuée. Stries des élytres profondes et lisses. — Rare. RD : Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*).

71. *H. tenebrosus*, Dej. — Grand, un peu long et parallèle. D'un noir bleuâtre, avec les cuisses et les tibias bruns, les tarses et les antennes testacés, celles-ci avec la base des articles deux à quatre rembrunie. Tête moins grande. Corselet rétréci également en arrière et en avant; angles antérieurs arrondis et retombants, angles postérieurs obtus et un peu arrondis ; la base ponctuée, avec des impressions peu profondes. Élytres fortement sinuées avant le sommet, qui est un peu acuminé; stries lisses et approfondies en arrière. — Rare. RD : Comblain-au-Pont (M. Roffiaen).

72. *H. tardus*, Panzer. — Un peu moins grand et relativement plus large. Noir (brillant chez le mâle, mat chez la femelle), avec les antennes, les tarses et une tache à la base des tibias d'un rouge ferrugineux jaunâtre assez clair. Corselet ne se rétrécissant pas sensiblement du milieu en arrière, avec des angles postérieurs droits et émoussés; la base lisse, sauf dans les impressions, qui sont assez marquées. Stries des élytres profondes et quelquefois très-faiblement ponctuées. — RD : Baraque-Michel, vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

73. *H. caspius*, Stéven (*semiviolaceus*, Dej.). — Grand, large et robuste. Noir, avec le corselet et les élytres d'une nuance bleu-foncé ou violet plus ou moins marquée. Premier article des antennes rouge. Corselet à angles postérieurs droits, ayant leur sommet fort arrondi ; la base densément ponctuée, avec une impression peu marquée de chaque côté. Élytres à stries assez profondes. Des séries de points enfoncés au bout des cinquième, septième et neuvième interstries. — Assez commun dans la *province rhéno-mosane*. RD : Angleur,

Beyne, Engihoul, Huy, vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Loën, Jemeppe, Hollogne-aux-Pierres, Mons, Flémalle-Grande, Flémalle-Haute, Engis.

74. *H. anxius*, Duft. — Plus petit et ressemblant beaucoup à une *Amara* par son contour assez ovalaire. D'un noir profond, un peu plus brillant chez le mâle que chez la femelle. Antennes brunes, avec le premier article rougeâtre, parfois les deux suivants aussi, en tout ou en partie. Pattes noires, à peine un peu brunâtres aux tarses et à la naissance des tibias. Corselet faiblement arrondi sur les côtés, avec des angles antérieurs arrondis et fort peu saillants, les postérieurs aigus et un peu proéminents en arrière; base lisse, à impressions latérales très-faibles. Élytres très-finement striées. — RD: Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*). RG : Flémalle-Haute.

75. *H. picipennis*, Duft. — Plus petit encore et ayant seulement un peu plus que la moitié de la taille du précédent; court et trapu ; brun-noirâtre avec les antennes d'un jaune ferrugineux et les pattes brun-rougeâtre, mais ayant les cuisses plus foncées et presque noires. Corselet également peu arrondi sur les côtés, avec les quatre angles arrondis ; base lisse, avec les impressions latérales peu profondes. Élytres un peu élargies en arrière et finement striées. — Très-rare. RG : Lixhe.

76. *Stenolophus teutonus*, Schrank (*vaporariorum*, Dej.). — Noir brillant, avec le corselet rouge, ainsi que la base des élytres sur une plus ou moins grande étendue; leur sommet noir, avec un reflet bleu d'acier. Les deux premiers articles des antennes testacés. Pattes jaunes. — Assez commun. RD : Tilff, vallée de la Vesdre et Baraque-Michel (Putzeys, *op. cit.*). RG : Liége, Jemeppe.

77. *St. vespertinus*, Panzer. — Plus petit. Noir de poix, avec le premier article des antennes rouge et les pattes jaune-pâle. Corselet étroitement bordé de jaune sur les côtés. La suture

et le bord externe des élytres sont aussi jaunâtres; le disque montre un léger reflet bleu d'acier. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

78. *Acupalpus flavicollis*, Sturm (*nigriceps*, Dej.). — Noir, avec le dessus et les côtés inférieurs du corselet jaune-rougeâtre clair; élytres brun-foncé avec la suture et le bord plus clairs. Pattes et les deux premiers articles des antennes testacés. Angles postérieurs du corselet obtus. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

79. *A. dorsalis*, Fabr. — D'un noir un peu brunâtre, avec les pattes et les deux premiers articles des antennes testacés, ainsi que le pourtour du corselet et les élytres, qui sont marquées en arrière d'une large tache noire, pouvant les envahir presque entièrement, à l'exception de la suture et d'une bordure périphérique. Corselet à angles postérieurs arrondis. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

80. *A. brunnipes*, Sturm (*atratus*, Dej.). — Entièrement d'un noir brun assez foncé et n'ayant de jaune-brunâtre que le repli épipleural des élytres ; le premier article des antennes et les pattes sont aussi d'un testacé foncé. Corselet à angles postérieurs arrondis. Stries des élytres très-fines. — RD : Vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

81. *A. meridianus*, L. — Tête et corselet noirs (ce dernier parfois rougeâtre) ; élytres d'un noir brunâtre assez brillant, avec une grande tache triangulaire testacée à la base de chacune ; la suture est aussi testacée ; souvent aussi le bord externe. Corselet un peu rétréci en arrière ; ses angles postérieurs obtus. — Extrêmement commun. RD : Seraing, Tilff, Engihoul, Ombret, Baraque-Michel. RG : Lixhe, Bierset, Hollogne-aux-Pierres, Jemeppe.

82. *A. consputus*, Duft. — Plus grand. Noir ; le corselet rou-

geâtre, avec le disque plus ou moins amplement rembruni; les élytres testacées, ayant leur milieu occupé par une grande tache noire ovale, que la suture jaunâtre coupe en deux. Les pattes, les deux premiers articles des antennes et le bout du segment anal sont également testacés. Corselet rétréci en arrière et presque cordiforme, avec des angles postérieurs droits et des bords latéraux légèrement retroussés. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

83. *Trechus discus*, Fabr. — De forme un peu allongée. D'un rouge testacé clair, avec une fine pubescence jaunâtre sur les élytres, qui sont marquées en arrière du milieu d'une tache ou bande transverse noirâtre vaguement limitée, dont les extrémités ne touchent pas le bord externe. Tête rembrunie en avant ; antennes très-longues. Corselet cordiforme, avec des angles postérieurs faisant saillie et deux impressions basilaires profondes, réunies par une impression transversale. Élytres avec quelques stries ponctuées, dont la première fait au bout un crochet très-marqué et rentrant un peu en dedans; deux points enfoncés sur la troisième strie. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

84. *T. micros*, Herbst. — De même forme, mais plus petit ; pubescent. D'un rouge testacé, plus foncé sur le vertex. Antennes moins longues que chez l'espèce précédente et n'atteignant que la moitié de la longueur du corps. Corselet cordiforme à angles postérieurs simplement droits et à impressions basilaires grandes, mais moins profondes. Stries des élytres faibles et à peine ponctuées; deux points enfoncés sur la quatrième ; première strie finissant en un crochet profond qui aboutit vers le bout de la troisième. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit*).

85. *T. longicornis*, Sturm (*littoralis*, Dej.). — Plus petit, mais reproduisant les formes allongées des espèces précédentes et en même temps déprimé. Sans pubescence sur les élytres.

D'un testacé brunâtre moins clair. Tête grosse, avec de très-petits yeux; antennes plus longues que la moitié du corps. Corselet court et large, un peu cordiforme, à angles postérieurs presque droits et impressions basilaires assez profondes. Élytres moins larges que le corselet; leurs trois premières stries profondes, à peines ponctuées, une quatrième à peine marquée, les autres effacées; la première et la troisième se réunissant par le crochet terminal. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

86. *T. rubens*, Fabr. (*paludosus*, Dej.). — Plus grand; d'un brun de poix assez brillant, avec les antennes et les pattes testacées. Corselet large, subcordiforme, avec les angles postérieurs un peu aigus; base ponctuée, avec deux vastes impressions latérales qu'un sillon transverse réunit. Élytres présentant sept stries ponctuées et une huitième profonde en arrière et indiquée en avant par une petite ligne de points. La première recourbée en crochet jusque vers le bout de la cinquième. — RD : Baraque-Michel, Jalhay (M. Putzeys).

87. *T. minutus*, Fabr. (*rubens*, Dej.) — Petit; brun-marron plus ou moins clair, avec les antennes et les pattes testacé-brunâtre. Corselet peu rétréci en arrière, à angles postérieurs obtus. Élytres ne présentant que quatre stries non ponctuées, les autres plus ou moins complétement effacées; crochet de la première remontant vers le bout de la cinquième. La variété *obtusus* se distingue par une couleur plus foncée, l'absence d'ailes inférieures, les angles postérieurs du corselet plus arrondis au sommet et la quatrième strie des élytres aussi effacée que les suivantes; elle semble propre aux montagnes, mais on trouve partout parmi les *Tr. minutus* des exemplaires qui passent à cette variété. — Très-commun. RD : Tilff, Strivay, Huy. RG : Liége, Jemeppe, Flémalle-Haute, Horion-Hozémont, Engis, Fallais.

88. *T. secalis*, Payk. — Petit; d'un rouge ferrugineux, avec les

antennes et les pattes plus elaires. Corselet court, large, bombé, rétréci en arrière, avec les angles postérieurs tout à fait arrondis. Élytres également assez convexes, avec cinq stries formées d'assez gros points, s'affaiblissant vers le sommet et en dehors ; la première strie formant à son sommet un crochet rebroussant vers la cinquième. — RD : Hockay, Baraque-Michel.

89. *Perileptus areolatus*, Creutzer. — Extrêmement petit, allongé et très-déprimé, d'un brun de poix assez foncé, avec la base des antennes et les pattes brun-rougeâtre clair, ainsi qu'une grande tache centrale occupant le disque de chaque élytre. Corselet cordiforme, avec les angles de la base droits. Élytres à stries assez marquées au centre, effacées au sommet et vers les bords; la première ne fait pas crochet à son sommet. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

90. *Tachypus pallipes*, Duft. — Taille au moins de 5 millimètres. Bronzé un peu cuivreux, marbré de verdâtre. Dessous d'un vert bleuâtre; base des antennes et pattes testacées. Tête large, avec des yeux gros et saillants. Corselet cordiforme, aussi long que large. Élytres à ponctuation à peine visible et laissant voir des vestiges de stries en sillons vagues près de l'écusson. — RD : Vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

91. *T. flavipes*, L. — Taille inférieure à 5 millimètres. Couleurs du corps, des antennes et des pattes comme chez l'espèce précédente. Tête large, avec des yeux encore plus saillants, et dépassant un peu les côtés du corselet. Celui-ci est un peu plus large que long. Aux élytres la ponctuation, quoique fine, est plus apparente, mais les vestiges de stries ont à peu près complétement disparu. — Commun. RD : Environs de Visé, Angleur, Embourg, Ramioul, Engihoul, Martinrive, Baraque-Michel. RG : Liége, Glons, Lixhe, Jemeppe, Chokier.

92. *Tachys bistriatus*, Duft. — Extrêmement petit. Brun de poix, avec les pattes et la base des antennes testacées. Corselet

un peu rétréci en arrière, à angles postérieurs droits. Aux élytres, les deux stries voisines de la suture sont seules distinctes. — RD : Jupille. RG : Liége, Jemeppe.

93. *T. quadrisignatus*, Duft. — Un peu plus grand que le précédent, mais toujours minuscule. Noir, avec la base des antennes et les pattes testacées ; cuisses rembrunies au milieu ; deux taches rondes rougeâtres sur chaque élytre. Corselet subquadrangulaire, à base fortement impressionnée de chaque côté. Stries des élytres effacées en avant, en arrière et latéralement ; quatre sont bien visibles, profondes et ponctuées sur le centre des élytres ; la huitième strie près du bord externe est aussi bien marquée. — RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*)

94. *T. sexstriatus*, Duft. — Même taille. Noir assez brillant ; antennes à la base, tibias et tarses testacés ; cuisses brunâtres ; élytres sans taches. Corselet comme chez le précédent. Les stries des élytres de même, sauf qu'elles sont imponctuées et que trois seulement sont distinctes sur le centre. — RD : Vallée de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

95. *T. Focki*, Hummel. — Taille un peu supérieure. Rougeâtre ; de forme plus bombée. Corselet subquadrangulaire, mais un peu sinué en arrière sur les côtés ; angles postérieurs droits ; impressions de la base profondes et réunies. Élytres courtes et un peu larges, ayant chacune quatre stries ponctuées, bien apparentes sur le disque, les externes obsolètes, la huitième profonde en arrière. — Très-rare. RD : Angleur (M. Miedel, d'après M. Putzeys).

96. *Bembidium paludosum*, Panzer. — Taille d'au moins 5 millimètres. Entièrement d'un bronzé verdâtre un peu cuivreux. Corselet subquadrangulaire ; plus large que long, avec les angles postérieurs à peu près droits. Élytres ayant sur le disque deux petites taches carrées très-brillantes situées sur

le troisième interstrie; la quatrième strie fortement sinueuse. — Peu commun, vivant au bord des eaux. RD : Baraque-Michel, vallée de l'Ourthe (Putzeys, *op. cit.*).

97. *B. punctulatum*, Drapiez (*striatum*, Dej.). — Un peu plus petit. Vert-métallique assez brillant. Premier article des antennes rougeâtre, ainsi que les pattes. Tête ponctuée. Corselet cordiforme, fort arrondi latéralement, fort rétréci en arrière, un peu convexe et aussi fortement et densément ponctué. Aux élytres, sept stries ponctuées, ne s'effaçant nullement au bout, ni latéralement; une fossette ou impression vers leur tiers antérieur. — Assez commun dans la *province rhéno-mosane.* RD : Grivegnée, Ramet, Remouchamps (M. Sauveur), vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*) RG : Liége, Jemeppe.

98. *B. prasinum*, Duft. — Même taille. Vert-bronzé moins brillant, avec les pattes d'un noir brunâtre, la base des cuisses seule rougeâtre, ainsi que le premier article des antennes en dessous. Corselet plus large que long, peu arrondi latéralement, peu rétréci en arrière, avec des angles postérieurs droits. Les stries des élytres sont également complètes, mais non ponctuées. — Rare. RD : Vallée de l'Ourthe (M. Weyers), vallée de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

99. *B. flammulatum*, Clairv. (*undulatum*, Dej.). — Taille de 5 millimètres et plus. Tête et corselet d'un vert métallique assez terne; élytres d'un brun bistré assez clair, tant soit peu métallescent, avec des taches plus ou moins réunies à la base, vers les deux tiers de la longueur une bande transverse onduleuse se composant de taches sur chaque interstrie, et toute l'extrémité d'un testacé un peu rougeâtre; la même couleur se remarque sur l'épipleure et le bout du segment anal. Pattes de cette même couleur, avec les cuisses un peu rembrunies et lavées de vert métallique au bout. Antennes brunes, avec le premier article et la base des deux ou trois suivants testacés.

Corselet large, arrondi latéralement, un peu rétréci en arrière ; angles postérieurs droits et saillants ; la base finement ridée, les fossettes latérales profondes et bistriées. Toutes les stries des élytres marquées jusqu'au sommet et ponctuées très-distinctement dans leur moitié antérieure. — RD : Angleur, Tilff, Trois-Ponts, Baraque-Michel. RG : Lixhe, Liége.

100. *B. varium*, Oliv. (*ustulatum*, Dej.). — Taille un peu inférieure. Ressemble assez au précédent par le système de coloration ; aux élytres, la teinte générale est plus noirâtre, il y a deux bandes transverses onduleuses de taches testacées vers le milieu, quelques taches à la base et quelques autres au sommet, mais toute cette maculature est un peu vague et occupe moins d'espace que le fond brun. Dessous bronzé-noirâtre, sans tache testacée au segment anal, mais avec l'épipleure de l'élytre testacée. Pattes et antennes comme chez l'espèce précédente. Corselet et élytres ayant assez bien les mêmes formes et sculpture que chez le *flammulatum*. — Peu commun. RD : Vallées de l'Ourthe et de la Vesdre (Putzeys, *op. cit.*).

CORRECTIONS POUR LA PREMIÈRE CENTURIE.

Page 2, n° 9. *Au lieu de :* RC, *lisez :* RD.

— 10, n° 42. *Au lieu de :* interstice, *lisez :* interstrie.

SUR LE MULTIPLICATEUR

DES

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

DU 2^{e} ORDRE

(A PROPOS D'UNE NOTE DE M. J. GRAINDORGE);

PAR

V. G. IMSCHENETSKY,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE KHARKOFF.

SUR LE MULTIPLICATEUR

DES

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

DU 2e ORDRE.

La solution complète

$$y = \frac{ax + b}{\sin x},$$

de l'équation différentielle

$$y'' + 2\cot g\, x \,.\, y' - y = 0,$$

donnée par M. Graindorge (*), m'a fait penser à d'autres cas qui s'intègrent de la même manière. Il est aisé de remarquer que tous ces cas sont renfermés dans la formule

$$\frac{d^2(\mathrm{X}\,.\,y)}{dx^2} = 0,$$

où y est une fonction cherchée et X une fonction donnée quelconque de la variable x. En effet, si l'on intègre deux fois cette équation, en désignant par a et b deux constantes arbitraires, on trouve :

$$y = \frac{ax + b}{\mathrm{X}}.$$

(*) *Comptes rendus de la Société mathématique de Kharkoff*, avril 1880.

Pour obtenir le cas considéré par M. Graindorge, il faut poser

$$X = \sin x.$$

On trouve d'autres cas semblables en posant :

$$X = \cos x, \quad X = \mathrm{Sh}\, x, \quad X = \mathrm{Ch}\, x,$$

où Sh et Ch désignent les sinus et cosinus hyperboliques.

Il m'a paru digne d'intérêt de considérer encore les cas particuliers, où la fonction X est égale à l'amplitude des fonctions elliptiques, ou à l'une d'elles. Pour cela, en posant :

$$\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = \mathrm{F}(\varphi) = x, \quad \text{où} \quad 0 \leq k \leq 1,$$

on a les quatre fonctions suivantes :

$$\varphi = \mathrm{am}\, x, \quad \lambda = \sin \varphi, \quad \mu = \cos \varphi, \quad \nu = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} = \Delta \varphi.$$

En les différentiant deux fois par rapport à x, on trouve :

$$\varphi' = \nu, \quad \lambda' = \mu\nu, \quad \mu' = -\nu\lambda, \quad \nu' = -k^2\lambda\mu,$$
$$\varphi'' = -k^2\lambda\mu, \quad \lambda'' = -\lambda(\nu^2 + k^2\mu^2), \quad \mu'' = \mu(k^2\lambda^2 - \nu^2),$$
$$\nu'' = -k^2\nu(\mu^2 - \lambda^2).$$

Maintenant si l'on pose successivement :

$$X = \varphi, \quad X = \lambda, \quad X = \mu, \quad X = \nu,$$

on trouvera à l'aide des formules qui précèdent les équations différentielles suivantes et leurs solutions complètes :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{\Delta\,\mathrm{am}\,x}{\mathrm{am}\,x}\frac{dy}{dx} - k^2\frac{\sin\mathrm{am}\,x\cos\mathrm{am}\,x}{\mathrm{am}\,x}y = 0, \\ &y = \frac{ax+b}{\mathrm{am}\,x}; \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{\cos\mathrm{am}\,x\,\Delta\,\mathrm{am}\,x}{\sin\mathrm{am}\,x}\frac{dy}{dx} - (1 + k^2\cos^2\mathrm{am}\,x)\,y = 0, \\ &y = \frac{ax+b}{\sin\mathrm{am}\,x}; \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{\sin \operatorname{am} x\, \Delta \operatorname{am} x}{\cos \operatorname{am} x}\frac{dy}{dx} - (k'^2 + k^2 \cos 2 \operatorname{am} x)\, y = 0, \\ &\text{où} \quad k'^2 = 1 - k^2, \quad \text{et} \quad y = \frac{ax + b}{\cos \operatorname{am} x}; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{k^2}\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{\sin \operatorname{am} x \cos \operatorname{am} x}{\Delta \operatorname{am} x}\frac{dy}{dx} - \cos 2 \operatorname{am} x \,.\, y = 0, \\ &y = \frac{ax + b}{\Delta \operatorname{am} x}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

En faisant $k = 0$ dans les équations (2), on retrouve les équations de M. Graindorge.

On peut transformer les équations (1), ... (4), en y introduisant am x comme variable indépendante au lieu de x. A cet effet, en posant :

$$\operatorname{am} x = \varphi,$$

on a :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\varphi} \,.\, \nu = \frac{dy}{d\varphi}\Delta_\varphi, \\ &\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{d\varphi^2}\nu^2 - k^2\frac{dy}{d\varphi}\lambda\mu = \frac{d^2y}{d\varphi^2}(\Delta_\varphi)^2 - k^2\frac{dy}{d\varphi}\sin\varphi\cos\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

La substitution dans les équations (1), par exemple, donne :

$$\left.\begin{aligned} &\varphi(1-k^2\sin^2\varphi)\frac{d^2y}{d\varphi^2} + \left\{2(1-k^2\sin^2\varphi) - k^2\varphi\sin\varphi\cos\varphi\right\}\frac{dy}{d\varphi} - k^2\sin\varphi\cos\varphi.y = 0, \\ &\text{d'où} \quad y = \frac{a\mathrm{F}(\varphi) + b}{\varphi}. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Pour $k = 1$, les équations (7) nous donnent :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2y}{d\varphi^2} + \left(\frac{2}{\varphi} - \operatorname{tg}\varphi\right)\frac{dy}{d\varphi} - \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\varphi}y = 0, \\ &\text{d'où} \quad y = \frac{a \log \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + b}{\varphi}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

En écrivant (7) de la manière suivante :

$$\varphi\frac{d^2y}{d\varphi^2} + 2\frac{dy}{d\varphi} = k^2\varphi\sin^2\varphi\left[\frac{d^2y}{d\varphi^2} + \left(\frac{2}{\varphi} + \operatorname{cotg}\varphi\right)\frac{dy}{d\varphi} + \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\varphi}y\right],$$

il est aisé de remarquer que la solution particulière $y = \frac{1}{\varphi}$ de cette équation annule aussi son premier membre; donc, cette solution doit aussi annuler son second membre, c'est-à-dire que l'équation

$$\frac{d^2y}{d\varphi^2} + \left(\frac{2}{\varphi} + \operatorname{cotg}\varphi\right)\frac{dy}{d\varphi} + \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\varphi}y = 0, \qquad (9)$$

a la solution particulière $y = \frac{1}{\varphi}$. On trouve sa seconde solution particulière par la formule connue, et de cette manière on obtiendra la solution complète

$$y = \frac{a \lg \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} + b}{\varphi}.$$

Des transformations analogues s'appliquent aussi aux équations (2), (3) et (4).

En terminant on peut donc dire :

1° Que tous les exemples précédents s'intègrent à l'aide du multiplicateur qui les réduit à la forme

$$\frac{d^2(Xy)}{dx^2} = 0.$$

2° Que l'équation générale

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2f(x)\frac{dy}{dx} + F(x)\,y = 0,$$

s'intègre de cette manière, si la condition d'intégrabilité

$$F(x) = f'(x) + [f(x)]^2,$$

est remplie, et qu'alors le multiplicateur sera

$$X = e^{\int f(x)\,dx}.$$

3° L'équation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2f(x)\frac{dy}{dx} + F(x).y = 0,$$

peut toujours s'intégrer complétement à l'aide du multiplicateur,

si le rapport $\frac{u}{v}$ de ses deux solutions particulières est connu. Car, sa solution complète est :

$$y = au + bv = \frac{a\frac{u}{v} + b}{\frac{1}{v}}.$$

Donc, si l'on introduit $\frac{u}{v} = z$, comme variable indépendante, au lieu de x, la solution complète aura la forme

$$y = \frac{az + b}{Z},$$

où $Z = \frac{1}{v}$ sera le multiplicateur de l'équation différentielle transformée

$$\frac{d^2y}{dz^2} + 2Z_1\frac{dy}{dz} + Z_2y = 0.$$

30-118748

AMNH LIBRARY
100224888